

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧЕРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. М. В. ЛОМОНОСОВА»

Физический факультет

Диплом

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОННОГО ТРАНСПОРТА В
НАНОГЕТЕРОСТРУКТУРЕ С ТУННЕЛЬНЫМ БАРЬЕРОМ

Работу выполнила:
Лифатова Д. А.

(подпись студента)

Научный руководитель:
кандидат физ.-мат. наук
Стрелков Н. В.

(подпись науч. руководителя)

Допущена к защите «__»______2018г.

Зав. кафедрой магнетизма

проф. Перов Николай Сергеевич

(подпись зав.кафедрой)

Оглавление

Введение	3
Литературный обзор	5
Туннельное магнетосопротивление.....	5
Спиновый торк.....	8
Недостатки ВКБ приближения	11
Теоретическая модель	12
Квантовая модель МТП структуры в приближении свободных электронов	12
Волновые функции и токи	13
Результаты.....	20
Список литературы.....	25

Введение

Более чем 40 лет назад, в 1975 году французский ученый М. Жюльер [1] экспериментально открыл эффект *туннельного магнетосопротивления* (ТМС) в гетероструктуре, состоящей из двух ферромагнитных слоев и тонкого изолятора между ними. В то время, этот эффект не привлекал особого внимания учёных, так как его значение (около 14%) и непростые условия его наблюдения при низкой температуре не давали повода для его широкого применения в каких либо устройствах. Через 20 лет, в 1995 году Д. Мудера [2] экспериментально получил ТМС порядка 24% из высококачественного тонкого барьера из оксида алюминия Al_2O_3 при комнатной температуре. Такое высокое значение эффекта ТМС повлекло за собой детальное изучение структуры с магнитным туннельным переходом (МТП-структуры) ферромагнетик/изолятор/ферромагнетик (F/I/F) по причине широких перспектив в создании высокоскоростных устройств хранения информации. В настоящее время изучение МТП-структур тесно связано с таким устройством современной спинтроники как MRAM (Magnetic Random Access Memory).

Твердотельная память MRAM – это класс устройств, хранящих данные с помощью магниторезистивных ячеек. Своеобразным хранилищем информации в данной системе является МТП-структура. Состояние такой системы будет определяться взаимной ориентацией намагниченностей ферромагнитных слоёв, от которой зависит её сопротивление в результате эффекта ТМС. Предпочтительно использовать туннельные структуры с изолятором из оксида магния (MgO), так как они обладают низким энергопотреблением и большим значением эффекта (до 600%) [3].

За последние годы была опубликована масса теоретических работ по эффекту ТМС в различных МТП-структурах, но все они используют различные приближения для волновой функции внутри потенциального барьера, который зависит от координаты. Наиболее распространенным методом является ВКБ (Вентцель-Крамерс-Бриллюэн) приближение. Это

связано с возможностью получить несложный аналитический результат для задачи туннелирования, дающий физически прозрачную интерпретацию.

Но, такой приближённый метод имеет ограничения, из-за которых возникают значительные расхождения с точным решением уравнения Шредингера для волновой функции при определенных условиях. Например, при высоком значении напряжения, которое обычно используется для записи ячейки MRAM. Поэтому целью данной дипломной работы является получение точных решений уравнения Шредингера в туннельной системе с линейным потенциальным барьером, сравнение их с решением в ВКБ приближении и определение критериев применимости приближенного решения.

Литературный обзор

Туннельное магнетосопротивление

Прежде чем описать нашу модель, необходимо изучить физическое явление, которое дало возможность развиваться такому направлению в науке как спинтроника. Спинтроника – наука, изучающая транспортные свойства наногетероструктур с учётом спина электрона с целью их применения в качестве компонентов в современных электронных устройствах. Одним из важнейших эффектов в таких структурах является эффект туннельного магнетосопротивления (ТМС) – изменение сопротивления наногетероструктуры в зависимости от взаимной ориентации намагниченности двух ферромагнитных слоёв, разделённых тонким слоем диэлектрика. Такую структуру, обычно, называют структурой с магнитным туннельным переходом (МТП). Для количественной оценки эффекта ТМС обычно используют относительную величину $\Delta G/G_{\uparrow\uparrow}$, где ΔG – изменение проводимости МТП-структуры при изменении её конфигурации с параллельной на антипараллельную, а $G_{\uparrow\uparrow}$ – значение проводимости МТП-структуры в параллельной конфигурации, которое максимально. До 1975 года туннельные структуры исследовались только с целью дальнейшего применения их в полупроводниковой технике, и поэтому измерялись исключительно их вольт-амперные характеристики [4, 5]. Но Жульер, работая с подобными структурами, решил изучить зависимость эффекта ТМС от приложенного напряжения в гетероструктуре *Fe-Ge-Co* (см. Рис. 2 в [1]). Он также предположил, что значение эффекта связано со спиновой поляризацией электронов проводимости в двух ферромагнитных слоях и предложил следующее выражение для расчёта этого значения:

$$\frac{\Delta G}{G_{\uparrow\uparrow}} = \frac{2PP'}{1 + PP'} \quad (1)$$

где P и P' – спиновые поляризации электронов в ферромагнитных электродах. Из формулы

следует независимость ТМС от геометрии и электронной структуры барьера, что является сомнительным и нереалистичным.

Максимум, полученной Жульером экспериментально зависимости $\Delta G/G_{\uparrow\uparrow}$ при $V \rightarrow 0$ и сверхнизкой температуре жидкого гелия давал значение 14%. По оценкам из (1) и данным о значениях спиновой поляризации из работ П. Тедру и Р. Месерви [4, 5] значение ТМС получалось около 26% для структур $Al-Al_2O_3-Fe$. Такое завышенное значение, по предположению Жульера, могло быть объяснено наличием магнитных взаимодействий между ферромагнитными слоями и неучтёнными эффектами спин-флипа.

Позднее, в 1989 году Джон Слончевский, используя методы квантовой механики для решения задачи о туннелировании электрона через потенциальный барьер предложил похожее выражение для максимального значения эффекта ТМС [6]:

$$\frac{\Delta G}{G_{\uparrow\uparrow}} = \frac{2P_{fb}P_{f' b}}{1 + P_{fb}P_{f' b}}, \quad (2)$$

где P_{fb} , $P_{f' b}$ – эффективные спиновые поляризации электронов в ферромагнитных электродах, которые отличаются от обычных одним множителем α :

$$P_{fb} = \alpha P, \quad \alpha = \frac{q^2 - k_{\uparrow}k_{\downarrow}}{q^2 + k_{\uparrow}k_{\downarrow}}, \quad P = \frac{k_{\uparrow} - k_{\downarrow}}{k_{\uparrow} + k_{\downarrow}}, \quad (3)$$

где k_{\uparrow} и k_{\downarrow} – импульсы Ферми для электронов с разным направлением спина в ферромагнитном слое, q – импульс электрона внутри потенциального барьера.

Дополнительный множитель перед спиновой поляризацией P в (3) учитывает влияние барьера на плотность состояний в ферромагнитном электроде. В результате, данная модель дает гораздо более точное описание электронного транспорта в МТП структурах. Однако, значения ТМС из теории Слончевского оказываются чаще всего заниженными, по сравнению с экспериментальными данными.

Сравнение моделей Жульера и Слончевского с результатами эксперимента было проведено в работе [7]. Авторы рассмотрели большое количество различных структур и показали, что обе теории не дают удовлетворительного согласия с данными экспериментов. Более того, ни одна теория не объясняла зависимости ТМС от приложенного напряжения.

Более того, в вышеописанных моделях не учитывалось рассеивание на примесях и тот факт, что внутри барьера у электронов уменьшается эффективная масса. В своей работе А. Братковский учёл изменение эффективной массы электрона и получил модифицированное выражение для спиновой поляризации [8], похожее на выражение (3) модели Слончевского:

$$P_{fb} = \frac{q^2 - m_2^2 k_{\uparrow} k_{\downarrow}}{q^2 + m_2^2 k_{\uparrow} k_{\downarrow}} P, \quad (4)$$

где m_2 – эффективная относительная масса электрона внутри барьера. Используя значения импульсов для материала изолятора Al_2O_3 и положив относительную эффективную массу электронов равной 0.4, Братковский получил хорошее согласование с экспериментом.

Рассмотренные выше модели давали незначительный эффект магнетосопротивления, даже при низких температурах, что негативно сказывалось на перспективе их практического применения. Поэтому начались поиски условий, при которых бы эффект мог достигать гораздо больших значений. Одними из первых в этом направлении стали Чжан и Ли, которые предложили в качестве основы использовать не одну барьерную, а двух барьерную систему. В такой задаче, с потенциальной ямой в середине структуры, появляются условия для возникновения резонансного туннелирования, которое приводит к резкому возрастанию проводимости, а следовательно и эффекта ТМС до 90% [9]. Однако, такие «чистые» резонансы, которые не учитывают рассеяние электронов в магнитных слоях очень узкие. Их ширина пропорциональна e^{-2qd} , где q – квазиимпульс электрона внутри барьера, d – ширина барьера. Это значит, что данная задача экспериментально трудно осуществима. К тому же, в

реальных системах рассеяние электронов может играть значительную роль и уменьшать ширину резонансов.

В 1998 г., в работе Ведяева была рассмотрена задача с системой ферромагнитных слоев, чередующихся с тремя изолирующими барьерами с учётом рассеяния электронов в магнитных слоях [10]. Расчеты были проведены в рамках квантовой теории линейного отклика (формализм Кубо). Было показано, что эффект ТМС может возникать не только за счет спиновой поляризации, но и за счет спин-зависящей длины свободного пробега, характеризующей процессы рассеяния. Хотя рассеяние и приводит к увеличению ширины резонанса, всё равно он остаётся довольно узким, и остаётся проблема с изготовлением образцов с хорошо контролируемой толщиной различных слоёв, чтобы удовлетворить резонансным условиям.

Спиновый торк

Ещё один эффект, который возникает в МТП-структуре в случае неколлинеарной взаимной ориентации намагниченностей в магнитных электродах и носит название *переноса спинового крутящего момента (торка)*. Его суть заключается в переносе магнитного момента поляризованного электрона из одного слоя в другой через потенциальный барьер и его взаимодействие с локальной намагниченностью. Первое определение спинового торка было предложено Слончевским в 1989 году в его квантовой модели свободных магнитных туннельных переходов [6]. В этой статье автор проанализировал реакцию намагниченности на спин-поляризованный электрический ток.

В 1996 году, одновременно, Слончевский и Бергер теоретически показали, что электрический ток, протекающий через МТП-структуру может вызвать спиновый крутящий момент (торк), генерирующий магнитные возбуждения, и даже способен изменить направление намагниченности [11, 12]. Все эти теоретические предсказания были

подтверждены последующими экспериментальными работами и внесли огромный вклад в развитие спинтроники.

Выражение для спинового крутящего момента в ферромагнитном слое МТП-структуры, предложенное Слончевским можно записать в виде [12]:

$$\vec{T}_{\parallel,2} = g \frac{J_e}{e} [\vec{m}_{1,2} \times [\vec{m}_2 \times \vec{m}_1]], \quad (5)$$

где J_e – электрический ток, e – заряд электрона, \vec{m}_1 и \vec{m}_2 – единичные векторы, направленные вдоль намагниченностей ферромагнитных слоёв, g – положительный фактор, зависящий от поляризации спинов в данном материале. Вектор \vec{T}_{\parallel} в выражении (5) называют *торком Слончевского* или *параллельным торком*, так как его направление параллельно плоскости, которую образуют векторы \vec{m}_1 и \vec{m}_2 . Как можно видеть из (5), зависимость спинового торка от угла между намагниченностями ферромагнитных слоёв в МТП-структуре пропорционально синусу этого угла.

Дальнейшее развитие квантовой теории спинового транспорта привело к разделению спинового торка на две компоненты: $\vec{T}_{\parallel} \sim [\vec{m}_{1,2} \times [\vec{m}_2 \times \vec{m}_1]]$ – параллельный торк и $\vec{T}_{\perp} \sim [\vec{m}_2 \times \vec{m}_1]$ – перпендикулярный торк. Если второй действует как обычное поле и заставляет намагниченность \vec{m}_1 прецессировать вокруг \vec{m}_2 , то первый заставляет \vec{m}_1 затухать в направлении $\pm \vec{m}_2$. В статье А. Маншона были изложены основные квантово-механические модели для расчёта токов и спиновых торков в многослойных структурах как с туннельным переходом (МТП-структуры), так и без (спин-вентильные структуры) [13]. Для описания этих двух типов структур предлагаются два основных механизма электронного транспорта: баллистический и диффузный соответственно. Для описания МТП-структур, мы будем рассматривать баллистический предел, в котором отсутствует спиновая диффузия и пренебрегаются эффекты спин-флипа.

В недавней работе М. Чшиева были представлены аналитические выражения для тока и обоих компонент спиновых торков, полученные в приближении свободных электронов. В пределе «толстого» барьера, когда выполняется условие $e^{2qd} \gg 1$ эти выражения имеют простой вид [14]:

$$T_{\parallel} = -4T_1T_2P_{fb1}(f_1 - f_2)e^{-2qd} \sin \theta, \quad (6)$$

$$T_{\perp} = -4T_1T_2(P_{fb1}P_{\eta 2}f_1 - P_{fb2}P_{\eta 1}f_2)e^{-2qd} \sin \theta, \quad (7)$$

$$J_e = -8T_1T_2(1 + P_{fb1}P_{fb2} \cos \theta)(f_1 - f_2)e^{-2qd}, \quad (8)$$

где θ – угол между намагниченностями ферромагнитных слоёв, d – толщина барьера, q – квазиимпульс электрона внутри барьера, $f_{1,2}$ – электронные функции распределения Ферми в обоих электродах, $P_{fb1,2}$ – коэффициент поляризации Слончевского (3), $T_{1,2}$ и $P_{\eta 1,2}$ – эффективные коэффициенты туннелирования и эффективные перпендикулярные поляризации соответственно, определяемые из формул:

$$P_{\eta} = \eta P, \quad T = \frac{\eta}{\eta^2 + \alpha^2}, \quad \eta = q \frac{k_{\uparrow} + k_{\downarrow}}{q^2 + k_{\uparrow}k_{\downarrow}}, \quad (9)$$

где P и α – поляризация Стернса [15] и фактор Слончевского соответственно, определяемые из выражений (3). Как можно легко видеть из (6) и (7), спиновый торк пропорционален синусу угла θ . То есть, при коллинеарной конфигурации намагниченностей МТП-структуры торк равен нулю. Из зависимости электрического тока от угла (8) можно получить выражение для ТМС, которое совпадёт с выражением (2).

Недостатком описанной выше квантовой теории является использование квазиклассического приближённого выражения для волновой функции внутри барьера (ВКБ приближение).

Недостатки ВКБ приближения

Теоретические работы по квантовой теории баллистического транспорта в МТП-структуре опубликованные ранее используют чаще всего квазиклассическое приближение (ВКБ приближение) для волновой функции внутри потенциального барьера, высота которого зависит от координаты.

Квазиклассическое приближение – приближенный метод нахождения волновой функции и уровней энергии квантовой системы при условии, что длина волны де Бройля частиц системы много меньше характерных размеров изменения потенциала. Если движение квантовой частицы определяется уравнением Шредингера:

$$\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi(\vec{r})}{\partial \vec{r}^2} + p^2(\vec{r})\psi(\vec{r}) = 0, \quad (10)$$

где $\psi(\vec{r})$ – волновая функция частицы, то в одномерном случае приближённое решение уравнения в классически доступной области $p(x) > 0$ имеет вид:

$$\psi(x) = \frac{C}{\sqrt{p(x)}} \exp \left[\pm \frac{i}{\hbar} \int p(x) dx \right], \quad (11)$$

где C – постоянная. Решение представляет собой простейшее обобщение плоской волны. Преимуществом такого метода является возможность получить несложный аналитический результат для задачи туннелирования, дающий физически прозрачную интерпретацию. Но, этот приближённый метод имеет ограничения, из-за которых возникают значительные расхождения с точным решением уравнения Шредингера при определенных условиях, вблизи так называемых точек поворота, когда $p(x) = 0$. Для расчета транспортных свойств МТП-структур, являющихся элементами ячеек магнитной памяти напряжения для переключения логического состояния настолько высоки, что этот критерий применимости не выполняется.

Теоретическая модель

Квантовая модель МТП структуры в приближении свободных электронов

Для решения задачи используется приближение свободных электронов или так называемая s-d модель, в которой s-электроны свободно перемещаются, а d-электроны локализованы и создают локальную намагниченность в ферромагнитном металле. МТП-структура представляет собой два полубесконечных ферромагнитных электрода (ФМ-

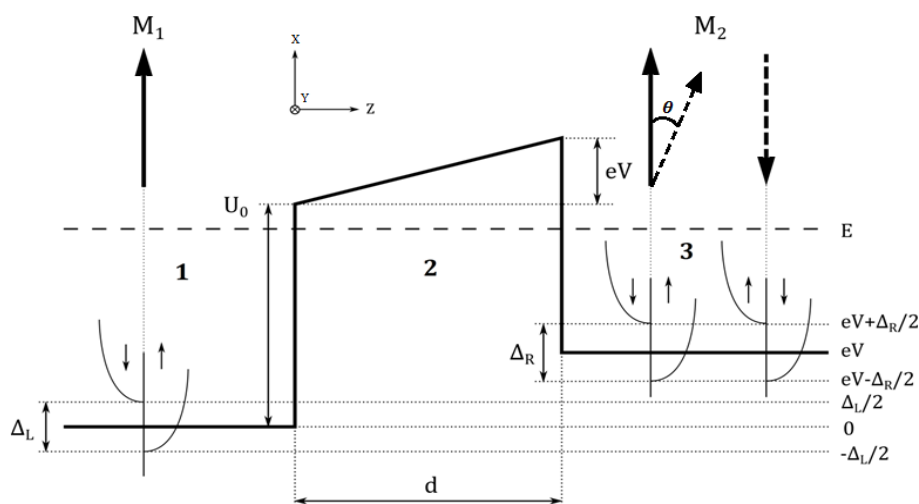


Рис. 1: Потенциальный профиль МТП структуры. Справа обозначены уровни энергии для электронов с различным направлением спина. За $\Delta_{L,R}$ обозначен удвоенный обменный интеграл J_{sd} в левой (1) и правой (3) областях соответственно, θ – угол между намагниченностями в левом (M_1) и правом (M_2) ферромагнитных электродах, U_0 – высота потенциального барьера, eV – приложенное напряжение, d – толщина изолятора и E – энергия ферми электрона.

электрода), разделенных тонким слоем диэлектрика, напряжение в котором линейно меняется от координаты (Рис. 1). Такая модель применима, например, к структурам типа CoFeB / MgO / CoFeB, которые наиболее часто используются на практике. Значения для параметров материалов, такие как обменный интеграл, энергия ферми и высота барьера можно взять как

из экспериментальных работ, так и из зонных расчетов на основе методов квантовой химии (Хартри-Фока, теория функционала плотности).

Если угол θ между намагниченностями ФМ-электродов отличен от 0 и π , то в такой неколлинеарной конфигурации волновая функция электрона будет представлять из себя спинор, состоящий из двух компонент ψ^\uparrow и ψ^\downarrow для направления спина «вверх» и «вниз» соответственно. Гамильтониан для s-электронов в ферромагнетике в этом случае будет иметь вид [13]:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U(z) - J_{sd}(\vec{\sigma} \cdot \vec{S}), \quad (12)$$

где первый и второй член отвечают за кинетическую и потенциальную энергии соответственно, а третий член отражает обменную энергию между s и d электронами, \vec{S} – единичный вектор вдоль локальной намагниченности ферромагнетика за счет d-электронов, J_{sd} – константа обмена, $\vec{\sigma}$ – вектор из матриц Паули.

Волновые функции и токи

Если повернуть локальную намагниченность на угол θ вокруг оси OZ, умножив \vec{S} на матрицу вращения \hat{R}_z и взять вектор $\vec{\sigma} = (\hat{\sigma}_3 \ \hat{\sigma}_1 \ \hat{\sigma}_2)$ в x-представлении (ось квантования направлена вдоль OX), то скалярное произведение в гамильтониане (12) можно переписать в виде:

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{S}_\theta) = (\hat{\sigma}_3 \ \hat{\sigma}_1 \ \hat{\sigma}_2) \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Тогда, подставляя гамильтониан (12) и (13) в стационарное уравнение Шредингера получаем:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\hbar^2 \kappa^2}{2m} + U(z) - E \right) \begin{pmatrix} \psi^\uparrow \\ \psi^\downarrow \end{pmatrix} - J_{sd} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi^\uparrow \\ \psi^\downarrow \end{pmatrix} = \hat{0}, \quad (14)$$

где κ – квазиимпульс электрона в плоскости XY. Если ввести квазиимпульсы k_0^\uparrow и k_0^\downarrow :

$$k_0 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E - U(z)) - \kappa^2}, \quad k_0^\uparrow = \sqrt{k_0^2 + \frac{2m}{\hbar^2}J_{sd}}, \quad k_0^\downarrow = \sqrt{k_0^2 - \frac{2m}{\hbar^2}J_{sd}}, \quad (15)$$

то решение уравнения (14) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \psi^\uparrow &= A^\uparrow e^{ik_0^\uparrow z} + B^\uparrow e^{-ik_0^\uparrow z} \\ \psi^\downarrow &= A^\downarrow e^{ik_0^\downarrow z} + B^\downarrow e^{-ik_0^\downarrow z} \end{aligned} \quad (16)$$

Эти решения представляют из себя плоские волны, распространяющиеся в обе стороны вдоль оси OZ. Неизвестные коэффициенты A и B находятся из условий непрерывности волновых функций и их производных и граничных условий.

Внутри барьера, где нет ферромагнитного расщепления ($J_{sd} = 0$) и потенциальная энергия больше чем энергия электронов, точным решением уравнения (13) при $U(z) = z \cdot eV/d$ является комбинация спец-функций Эйри Ai и Bi :

$$\psi_B = A_B Ai \frac{q^2(z)}{q_v^2} + B_B Bi \frac{q^2(z)}{q_v^2}, \quad (17)$$

где q и q_v определяются выражениями:

$$q(z) = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} \left(U_0 - E + \frac{eV}{d} z \right) + \kappa^2}, \quad q_v = \left(\frac{2m eV}{\hbar^2 d} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (18)$$

В ВКБ приближении волновые функции (17) аппроксимируются комбинацией экспонент:

$$\psi_B^{VKB} = A_B e^{Q_{l,r}(z)} + B_B e^{-Q_{l,r}(z)}, \quad (19)$$

где $Q_{l,r}$ – показатели, которые находятся из определения квазиклассического

приближения (11). Для удобства получения аналитического результата удобно определить эти показатели по-разному, в зависимости от рассматриваемого направления падения электрона l – слева и r – справа:

$$Q_l(z) = \frac{\hbar^2}{3m eV} \frac{d}{dz} (q^3(z) - q^3(0)), \quad Q_r(z) = \frac{\hbar^2}{3m eV} \frac{d}{dz} (q^3(d) - q^3(z)). \quad (20)$$

Волновая функция электрона в правом ферромагнитном электроде с повёрнутой намагниченностью получается путём поворота спинора на угол θ , поэтому состояние каждой волновой функции будет смешанное и состоять из суперпозиции состояний «вверх» и «вниз», например для спинора электрона со спином «вверх»:

$$\vec{\psi}_3^\uparrow = \begin{pmatrix} \psi^{\uparrow\uparrow} \\ \psi^{\uparrow\downarrow} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & \sin \frac{\theta}{2} \\ -\sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_3^\uparrow \\ \psi_3^\downarrow \end{pmatrix}, \quad (21)$$

где ψ_3^\uparrow и ψ_3^\downarrow – волновые функции для электрона со спином «вверх» и «вниз» в правом ферромагнитном электроде, определяемые из решений (16) уравнения Шредингера (14).

Далее, необходимо рассмотреть четыре возможных конфигурации системы: электрон падает слева или справа, со спином «вверх» или «вниз». Для каждого из случаев нужно записать систему уравнений непрерывности волновых функций и их производных на границах из 8-и уравнений с 8-ю неизвестными.

Уравнения для электрона падающего слева со спином «вверх»:

$$\begin{aligned} 1 + \mathbf{B}_{L1}^{\uparrow\uparrow} &= \mathbf{A}_{L2}^{\uparrow\uparrow} \text{Ai} \frac{q^2(0)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{L2}^{\uparrow\uparrow} \text{Bi} \frac{q^2(0)}{q_v^2}, \\ ik_1^\uparrow (1 - \mathbf{B}_{L1}^{\uparrow\uparrow}) &= q_v \left(\mathbf{A}_{L2}^{\uparrow\uparrow} \text{Ai}' \frac{q^2(0)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{L2}^{\uparrow\uparrow} \text{Bi}' \frac{q^2(0)}{q_v^2} \right), \\ \mathbf{A}_{L2}^{\uparrow\uparrow} \text{Ai} \frac{q^2(d)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{L2}^{\uparrow\uparrow} \text{Bi} \frac{q^2(d)}{q_v^2} &= \mathbf{A}_{L3}^{\uparrow\uparrow} \cos \frac{\theta}{2} + \mathbf{B}_{L3}^{\uparrow\downarrow} \sin \frac{\theta}{2}, \\ q_v \left(\mathbf{A}_{L2}^{\uparrow\uparrow} \text{Ai}' \frac{q^2(d)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{L2}^{\uparrow\uparrow} \text{Bi}' \frac{q^2(d)}{q_v^2} \right) &= i \left(\mathbf{A}_{L3}^{\uparrow\uparrow} k_3^\uparrow \cos \frac{\theta}{2} + \mathbf{B}_{L3}^{\uparrow\downarrow} k_3^\downarrow \sin \frac{\theta}{2} \right), \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}_{L1}^{\uparrow\downarrow} &= \mathbf{A}_{L2}^{\uparrow\downarrow} \text{Ai} \frac{q^2(0)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{L2}^{\uparrow\downarrow} \text{Bi} \frac{q^2(0)}{q_v^2}, \\
-i\mathbf{B}_{L1}^{\uparrow\downarrow} k_L^\downarrow &= q_v \left(\mathbf{A}_{L2}^{\uparrow\downarrow} \text{Ai}' \frac{q^2(0)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{L2}^{\uparrow\downarrow} \text{Bi}' \frac{q^2(0)}{q_v^2} \right), \\
\mathbf{A}_{L2}^{\uparrow\downarrow} \text{Ai} \frac{q^2(d)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{L2}^{\uparrow\downarrow} \text{Bi} \frac{q^2(d)}{q_v^2} &= -\mathbf{A}_{L3}^{\uparrow\downarrow} \sin \frac{\theta}{2} + \mathbf{B}_{L3}^{\uparrow\downarrow} \cos \frac{\theta}{2}, \\
q_v \left(\mathbf{A}_{L2}^{\uparrow\downarrow} \text{Ai}' \frac{q^2(d)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{L2}^{\uparrow\downarrow} \text{Bi}' \frac{q^2(d)}{q_v^2} \right) &= -i \left(\mathbf{A}_{L3}^{\uparrow\downarrow} k_3^\uparrow \sin \frac{\theta}{2} - \mathbf{B}_{L3}^{\uparrow\downarrow} k_3^\downarrow \cos \frac{\theta}{2} \right),
\end{aligned}$$

где квазиимпульсы электронов в ФМ-электродах со спинами «вверх» или «вниз» $k_{1,3}^{\uparrow,\downarrow}$ находятся из выражений (15):

$$\begin{aligned}
k_1^\uparrow &= \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E + J_{sd}) - \kappa^2}, & k_1^\downarrow &= \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - J_{sd}) - \kappa^2}, \\
k_3^\uparrow &= \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - eV + J_{sd}) - \kappa^2}, & k_3^\downarrow &= \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - eV - J_{sd}) - \kappa^2},
\end{aligned} \tag{23}$$

Уравнения для электрона падающего слева со спином «вниз»:

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}_{L1}^{\downarrow\uparrow} &= \mathbf{A}_{L2}^{\downarrow\uparrow} \text{Ai} \frac{q^2(0)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{L2}^{\downarrow\uparrow} \text{Bi} \frac{q^2(0)}{q_v^2}, \\
-i\mathbf{B}_{L1}^{\downarrow\uparrow} k_1^\uparrow &= q_v \left(\mathbf{A}_{L2}^{\downarrow\uparrow} \text{Ai}' \frac{q^2(0)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{L2}^{\downarrow\uparrow} \text{Bi}' \frac{q^2(0)}{q_v^2} \right), \\
\mathbf{A}_{L2}^{\downarrow\uparrow} \text{Ai} \frac{q^2(d)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{L2}^{\downarrow\uparrow} \text{Bi} \frac{q^2(d)}{q_v^2} &= \mathbf{A}_{L3}^{\downarrow\uparrow} \sin \frac{\theta}{2} + \mathbf{B}_{L3}^{\downarrow\uparrow} \cos \frac{\theta}{2}, \\
q_v \left(\mathbf{A}_{L2}^{\downarrow\uparrow} \text{Ai}' \frac{q^2(d)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{L2}^{\downarrow\uparrow} \text{Bi}' \frac{q^2(d)}{q_v^2} \right) &= i \left(\mathbf{A}_{L3}^{\downarrow\uparrow} k_3^\downarrow \sin \frac{\theta}{2} + \mathbf{B}_{L3}^{\downarrow\uparrow} k_3^\uparrow \cos \frac{\theta}{2} \right), \\
1 + \mathbf{B}_{L1}^{\downarrow\uparrow} &= \mathbf{A}_{L2}^{\downarrow\uparrow} \text{Ai} \frac{q^2(0)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{L2}^{\downarrow\uparrow} \text{Bi} \frac{q^2(0)}{q_v^2}, \\
ik_1^\downarrow (1 - \mathbf{B}_{L1}^{\downarrow\uparrow}) &= q_v \left(\mathbf{A}_{L2}^{\downarrow\uparrow} \text{Ai}' \frac{q^2(0)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{L2}^{\downarrow\uparrow} \text{Bi}' \frac{q^2(0)}{q_v^2} \right), \\
\mathbf{A}_{L2}^{\downarrow\uparrow} \text{Ai} \frac{q^2(d)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{L2}^{\downarrow\uparrow} \text{Bi} \frac{q^2(d)}{q_v^2} &= \mathbf{A}_{L3}^{\downarrow\uparrow} \cos \frac{\theta}{2} - \mathbf{B}_{L3}^{\downarrow\uparrow} \sin \frac{\theta}{2}, \\
q_v \left(\mathbf{A}_{L2}^{\downarrow\uparrow} \text{Ai}' \frac{q^2(d)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{L2}^{\downarrow\uparrow} \text{Bi}' \frac{q^2(d)}{q_v^2} \right) &= i \left(\mathbf{A}_{L3}^{\downarrow\uparrow} k_3^\downarrow \cos \frac{\theta}{2} - \mathbf{B}_{L3}^{\downarrow\uparrow} k_3^\uparrow \sin \frac{\theta}{2} \right).
\end{aligned} \tag{24}$$

Уравнения для электрона падающего справа со спином «вверх»:

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}_{R1}^{\uparrow\uparrow} &= \mathbf{A}_{R2}^{\uparrow\uparrow} \text{Ai} \frac{q^2(0)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{R2}^{\uparrow\uparrow} \text{Bi} \frac{q^2(0)}{q_v^2}, \\
-ik_1^{\uparrow} \mathbf{B}_{R1}^{\uparrow\uparrow} &= q_v \left(\mathbf{A}_{R2}^{\uparrow\uparrow} \text{Ai}' \frac{q^2(0)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{R2}^{\uparrow\uparrow} \text{Bi}' \frac{q^2(0)}{q_v^2} \right), \\
\mathbf{A}_{R2}^{\uparrow\uparrow} \text{Ai} \frac{q^2(d)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{R2}^{\uparrow\uparrow} \text{Bi} \frac{q^2(d)}{q_v^2} &= (1 + \mathbf{A}_{R3}^{\uparrow\uparrow}) \cos \frac{\theta}{2} + \mathbf{B}_{R3}^{\uparrow\downarrow} \sin \frac{\theta}{2}, \\
q_v \left(\mathbf{A}_{R2}^{\uparrow\uparrow} \text{Ai}' \frac{q^2(d)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{R2}^{\uparrow\uparrow} \text{Bi}' \frac{q^2(d)}{q_v^2} \right) &= -ik_3^{\uparrow} (1 - \mathbf{A}_{R3}^{\uparrow\uparrow}) \cos \frac{\theta}{2} + \mathbf{B}_{R3}^{\uparrow\downarrow} ik_3^{\downarrow} \sin \frac{\theta}{2}, \\
\mathbf{B}_{R1}^{\uparrow\downarrow} &= \mathbf{A}_{R2}^{\uparrow\downarrow} \text{Ai} \frac{q^2(0)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{R2}^{\uparrow\downarrow} \text{Bi} \frac{q^2(0)}{q_v^2}, \\
-ik_1^{\downarrow} \mathbf{B}_{R1}^{\uparrow\downarrow} &= q_v \left(\mathbf{A}_{R2}^{\uparrow\downarrow} \text{Ai}' \frac{q^2(0)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{R2}^{\uparrow\downarrow} \text{Bi}' \frac{q^2(0)}{q_v^2} \right), \\
\mathbf{A}_{R2}^{\uparrow\downarrow} \text{Ai} \frac{q^2(d)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{R2}^{\uparrow\downarrow} \text{Bi} \frac{q^2(d)}{q_v^2} &= -(1 + \mathbf{A}_{R3}^{\uparrow\uparrow}) \sin \frac{\theta}{2} + \mathbf{B}_{R3}^{\uparrow\downarrow} \cos \frac{\theta}{2}, \\
q_v \left(\mathbf{A}_{R2}^{\uparrow\downarrow} \text{Ai}' \frac{q^2(d)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{R2}^{\uparrow\downarrow} \text{Bi}' \frac{q^2(d)}{q_v^2} \right) &= ik_3^{\uparrow} (1 - \mathbf{A}_{R3}^{\uparrow\uparrow}) \sin \frac{\theta}{2} + \mathbf{B}_{R3}^{\uparrow\downarrow} ik_3^{\downarrow} \cos \frac{\theta}{2},
\end{aligned} \tag{25}$$

Уравнения для электрона падающего справа со спином «вниз»:

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}_{R1}^{\downarrow\uparrow} &= \mathbf{A}_{R2}^{\downarrow\uparrow} \text{Ai} \frac{q^2(0)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{R2}^{\downarrow\uparrow} \text{Bi} \frac{q^2(0)}{q_v^2}, \\
-ik_1^{\uparrow} \mathbf{B}_{R1}^{\downarrow\uparrow} &= q_v \left(\mathbf{A}_{R2}^{\downarrow\uparrow} \text{Ai}' \frac{q^2(0)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{R2}^{\downarrow\uparrow} \text{Bi}' \frac{q^2(0)}{q_v^2} \right), \\
\mathbf{A}_{R2}^{\downarrow\uparrow} \text{Ai} \frac{q^2(d)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{R2}^{\downarrow\uparrow} \text{Bi} \frac{q^2(d)}{q_v^2} &= \mathbf{A}_{R3}^{\downarrow\uparrow} \cos \frac{\theta}{2} + (1 + \mathbf{B}_{R3}^{\downarrow\downarrow}) \sin \frac{\theta}{2}, \\
q_v \left(\mathbf{A}_{R2}^{\downarrow\uparrow} \text{Ai}' \frac{q^2(d)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{R2}^{\downarrow\uparrow} \text{Bi}' \frac{q^2(d)}{q_v^2} \right) &= \mathbf{A}_{R3}^{\downarrow\uparrow} ik_3^{\uparrow} \cos \frac{\theta}{2} - ik_3^{\downarrow} (1 - \mathbf{B}_{R3}^{\downarrow\downarrow}) \sin \frac{\theta}{2}, \\
\mathbf{B}_{R1}^{\downarrow\downarrow} &= \mathbf{A}_{R2}^{\downarrow\downarrow} \text{Ai} \frac{q^2(0)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{R2}^{\downarrow\downarrow} \text{Bi} \frac{q^2(0)}{q_v^2}, \\
-ik_1^{\downarrow} \mathbf{B}_{R1}^{\downarrow\downarrow} &= q_v \left(\mathbf{A}_{R2}^{\downarrow\downarrow} \text{Ai}' \frac{q^2(0)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{R2}^{\downarrow\downarrow} \text{Bi}' \frac{q^2(0)}{q_v^2} \right), \\
\mathbf{A}_{R2}^{\downarrow\downarrow} \text{Ai} \frac{q^2(d)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{R2}^{\downarrow\downarrow} \text{Bi} \frac{q^2(d)}{q_v^2} &= -\mathbf{A}_{R3}^{\downarrow\uparrow} \sin \frac{\theta}{2} + (1 + \mathbf{B}_{R3}^{\downarrow\downarrow}) \cos \frac{\theta}{2}, \\
q_v \left(\mathbf{A}_{R2}^{\downarrow\downarrow} \text{Ai}' \frac{q^2(d)}{q_v^2} + \mathbf{B}_{R2}^{\downarrow\downarrow} \text{Bi}' \frac{q^2(d)}{q_v^2} \right) &= -\mathbf{A}_{R3}^{\downarrow\uparrow} ik_3^{\uparrow} \sin \frac{\theta}{2} - ik_3^{\downarrow} (1 - \mathbf{B}_{R3}^{\downarrow\downarrow}) \cos \frac{\theta}{2}.
\end{aligned} \tag{26}$$

Решение систем уравнений (22), (24), (25) и (26) даёт аналитические выражения для всех неизвестных коэффициентов, которые не приводятся в данной работе из-за их громоздкости.

Для ВКБ приближения можно записать аналогичные системы уравнений, заменив волновые функции во второй области на приближённые (19).

Теперь, когда известны все волновые функции системы, можно рассчитать токи протекающие через МТП-структуру. Для этого используем формализм Ландауера, в котором даётся выражение для туннельного тока [16]:

$$J = \frac{2}{(2\pi)^3} \frac{e^2}{\hbar} \int j_{\kappa E} \kappa d\kappa dE, \quad (27)$$

где интегрирование производится по поверхности Ферми – всем возможным значениям энергии E и квазиимпульса κ удовлетворяющих условию $2mE/\hbar + \kappa^2 < E_F$, e – заряд электрона, $j_{\kappa E}$ – матричный элемент оператора скорости, который пропорционален туннельному току, рассчитываемый по формуле:

$$j_{\kappa E} = i \left(\psi \frac{\partial \psi^*}{\partial z} - \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial z} \right). \quad (28)$$

Например, если взять волновую функцию электрона со спином «вверх» в первой области, падающего слева, которая представляет из себя три слагаемых: набегающую слева единичную волну и две отражённых, со спином «вверх» и «вниз» соответственно:

$$\psi_{L1}^{\uparrow} = e^{ik_1^{\uparrow}z} + B_{L1}^{\uparrow\uparrow} e^{-ik_1^{\uparrow}z} + B_{L1}^{\uparrow\downarrow} e^{-ik_1^{\downarrow}z}, \quad (29)$$

тогда подстановка (29) в (28) даст выражение, пропорциональное току, создаваемому данным электроном:

$$j_{\kappa E L}^{\uparrow} = 2 \left(1 - |B_{L1}^{\uparrow\uparrow}|^2 - |B_{L1}^{\uparrow\downarrow}|^2 \right). \quad (30)$$

Аналогично находятся выражения для остальных случаев:

$$\begin{aligned}
j_{\kappa E L}^{\downarrow} &= 2 \left(1 - |B_{L1}^{\uparrow\downarrow}|^2 - |B_{L1}^{\downarrow\downarrow}|^2 \right), \\
j_{\kappa E R}^{\uparrow} &= -2 \left(1 - |B_{R3}^{\uparrow\uparrow}|^2 - |B_{R3}^{\uparrow\downarrow}|^2 \right), \\
j_{\kappa E R}^{\downarrow} &= -2 \left(1 - |B_{R3}^{\downarrow\uparrow}|^2 - |B_{R3}^{\downarrow\downarrow}|^2 \right),
\end{aligned} \tag{31}$$

где индекс L и R означают направление падения электрона (слева или справа). Пределы интегрирования в выражении (27) выбираются, согласно возможной энергии электрона, которая проиллюстрирована на потенциальном профиле системы (Рис. 1):

$$\begin{aligned}
J_L^{\uparrow} &= \frac{2}{(2\pi)^3} \frac{e^2}{\hbar} \int_{-J_{sd1}}^{E_F} \int_0^{\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E+J_{sd1})}} j_{\kappa E L}^{\uparrow} \kappa d\kappa dE, \\
J_L^{\downarrow} &= \frac{2}{(2\pi)^3} \frac{e^2}{\hbar} \int_{J_{sd1}}^{E_F} \int_0^{\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E-J_{sd1})}} j_{\kappa E L}^{\downarrow} \kappa d\kappa dE, \\
J_R^{\uparrow} &= \frac{2}{(2\pi)^3} \frac{e^2}{\hbar} \int_{eV-J_{sd2}}^{E_F} \int_0^{\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E-eV+J_{sd2})}} j_{\kappa E R}^{\uparrow} \kappa d\kappa dE, \\
J_R^{\downarrow} &= \frac{2}{(2\pi)^3} \frac{e^2}{\hbar} \int_{eV+J_{sd2}}^{E_F} \int_0^{\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E-eV-J_{sd2})}} j_{\kappa E R}^{\downarrow} \kappa d\kappa dE.
\end{aligned} \tag{32}$$

Полный туннельный ток через МТП-структуру будет равен сумме всех четырёх токов (32):

$$J = J_L^{\uparrow} + J_L^{\downarrow} + J_R^{\uparrow} + J_R^{\downarrow}. \tag{33}$$

Величина эффекта ТМС будет вычисляться по формуле:

$$TMR = \frac{J(\theta = 0) - J(\theta = \pi)}{J(\theta = 0)}. \tag{34}$$

Результаты

Для расчетов были использованы значения параметров из работы [14] для материалов Со и MgO. На Рис.2 приведены сравнительные графики для тока, рассчитанного по формуле

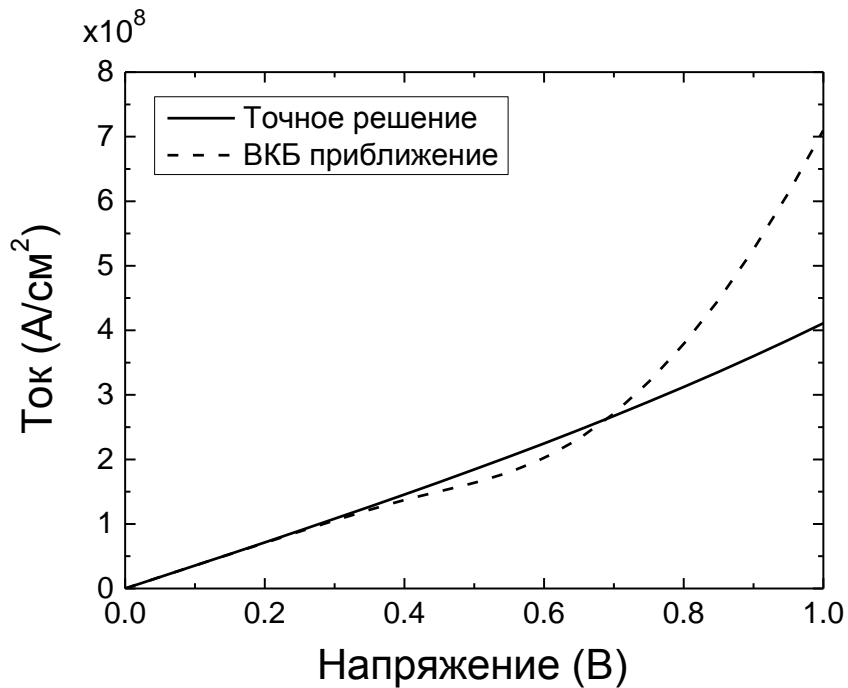


Рис.2: Зависимости туннельного тока через МТП-структуру от приложенного напряжения. Угол между намагниченностями в ФМ-электродах $\theta=0^\circ$, толщина изолятора $d=5 \text{ \AA}$, высота барьера $U_0=3 \text{ эВ}$, энергия Ферми $E_F=2.62 \text{ эВ}$, обменный интеграл в обоих ФМ-электродах $J_{sd}=0.98 \text{ эВ}$.

(33). Из графика видно, что при напряжении $V=0.4 \text{ В}$ кривые начинают расходиться. Ток в ВКБ приближении значительно отклоняется от линейной зависимости при $V>0.6 \text{ В}$, в то время как ток при точном решении продолжает следовать линейному закону. Такое поведение приближенного решения объясняется условиями его применимости. В нашем случае, критерий применимости ВКБ приближения будет выглядеть так:

$$E_F + eV \ll U_0, \quad (35)$$

где U_0 – высота потенциального барьера, E_F – энергия Ферми и eV – приложенное напряжение.

Аналогичная ситуация с зависимостью ТМС от напряжения (Рис.3). ВКБ приближение даёт заниженное значение эффекта при высоких напряжениях.

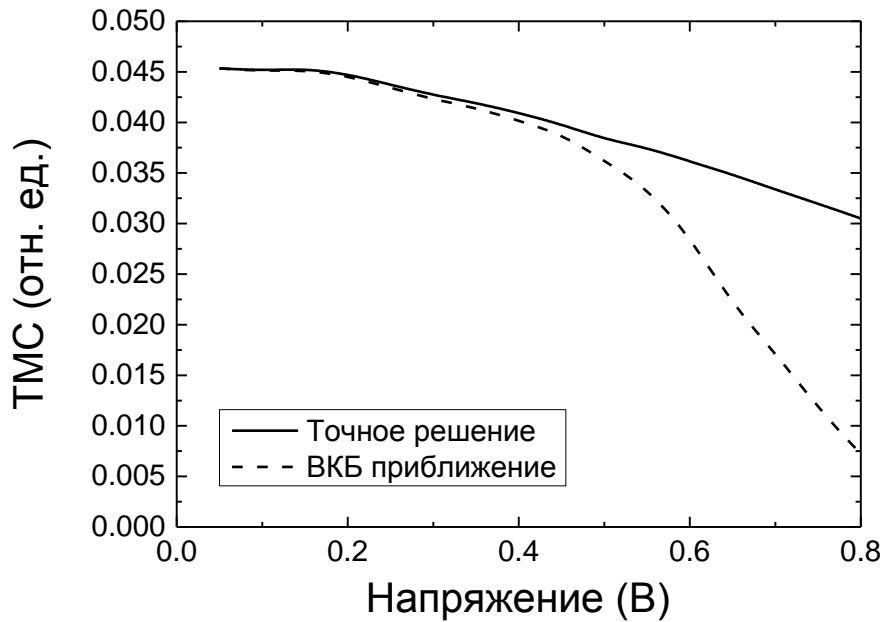


Рис.3: Зависимости эффекта ТМС в МТП-структуре от приложенного напряжения. Угол между намагниченностями в ФМ-электродах $\theta=0^\circ$, толщина изолятора $d=5 \text{ \AA}$, высота барьера $U_0=3 \text{ эВ}$, энергия Ферми $E_F=2.62 \text{ эВ}$, обменный интеграл в обоих ФМ-электродах $J_{sd}=0.98 \text{ эВ}$.

На Рис.4 и Рис.5 приведены угловые зависимости туннельного тока и эффекта ТМС соответственно при приложенном напряжении $V=0.1 \text{ В}$. Несмотря на видимую небольшую разницу в токе, кривые ТМС для точного и приближенного случая совпадают с хорошей точностью (см. вставку на Рис.5).

Однако, при более высоких напряжениях разница токов при точном и приближенном решении значительно увеличивается. При напряжении $V=0.55 \text{ В}$, разница для тока (Рис.6) и для величины эффекта ТМС (Рис.7) при углах $\theta = \pm\pi$ достигает 15%.

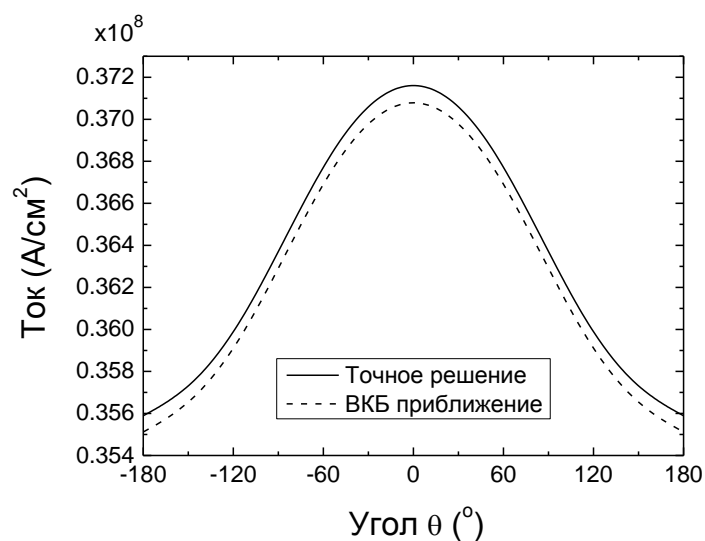


Рис.4: Зависимости туннельного тока через МТП-структуру от угла θ между намагниченностями ФМ-электродов. Приложенное напряжение $V=0.1$ В. Остальные параметры такие же, как на Рис.2.

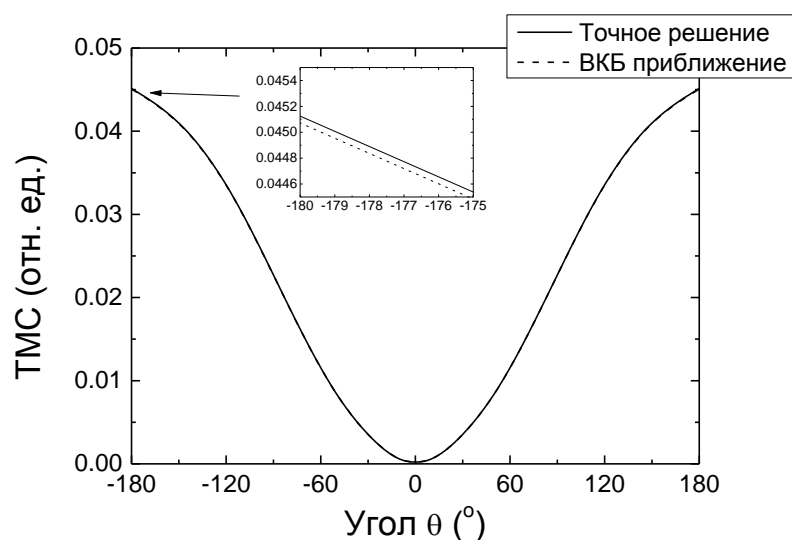


Рис. 5: Зависимости эффекта ТМС в МТП-структуре от угла θ между намагниченностями ФМ-электродов. Приложенное напряжение $V=0.1$ В. Остальные параметры такие же, как на Рис.2.

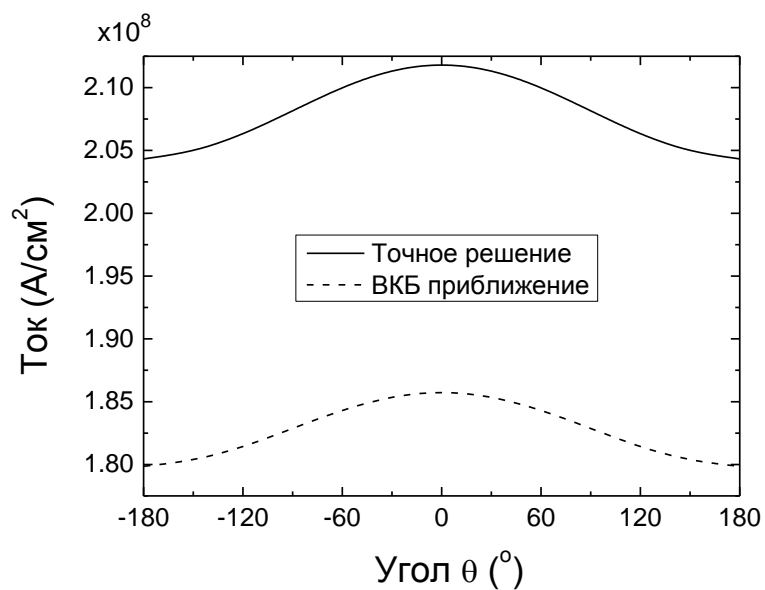


Рис.6: Зависимости туннельного тока через МТП-структуру от угла θ между намагниченностями ФМ-электродов. Приложенное напряжение $V=0.55$ В. Остальные параметры такие же, как на Рис.2.

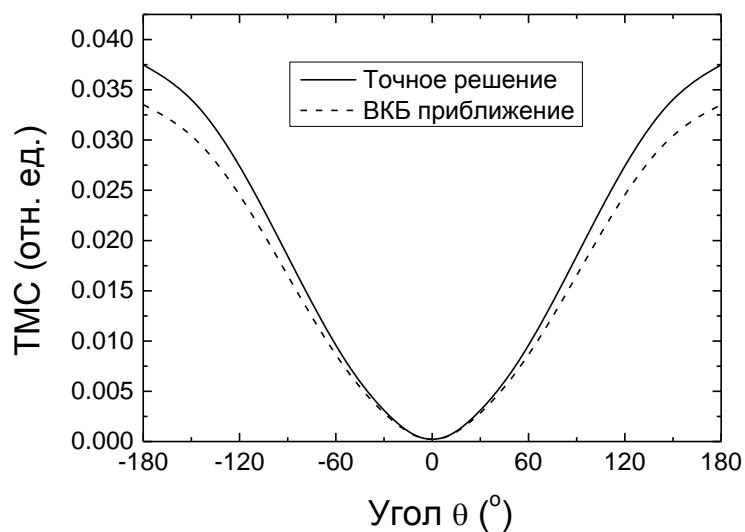


Рис. 7: Зависимости эффекта ТМС в МТП-структуре от угла θ между намагниченностями ФМ-электродов. Приложенное напряжение $V=0.55$ В. Остальные параметры такие же, как на Рис.2.

Из полученных результатов можно сделать вывод, что при расчете электронного транспорта МТП-структуры при высоких напряжениях, когда не выполняется условие (35) важно использовать непривближенные волновые функции (17) при нахождении туннельных токов. Это может иметь значение при расчёте такой важной характеристики МТП-структуры как фазовая диаграмма переключения, где по осям отложены внешнее магнитное поле и приложенное напряжение, а цвет в каждой точке соответствует сопротивлению. Такая диаграмма позволяет найти параметры (напряжение и напряжённость поля) при которых система находится в том или ином логическом состоянии (параллельная конфигурация или антипараллельная). Обычно, переключение происходит при высоких напряжениях, порядка 0.7 В. Поскольку за переключение ячейки памяти на основе МТП-структуры отвечает эффект *переноса спинового крутящего момента*, который зависит от тока, то и вид этой диаграммы при высоких напряжениях может отличаться, в случае использования приближённых волновых функций.

В дальнейшем, планируется вычислить значения спиновых торков из данной модели, смоделировать фазовые диаграммы переключения МТП-структуры и сравнить их с экспериментальными.

Список литературы

- [1] M. Julliere, «Tunneling between ferromagnetic films,» *Phys. Lett.*, т. 54A, p. 225, 1975.
- [2] J. S. Moodera, L. R. Kinder, T. M. Wong и R. Meservey, «Large magnetoresistance at room temperature in ferromagnetic thin film tunnel junctions,» *Phys. Rev. Lett.*, т. 74, p. 3273, 1995.
- [3] S. Ikeda, J. Hayakawa, Y. Ashizawa, Y. M. Lee, K. Miura, H. Hasegawa, M. Tsunoda, F. Matsukura и H. Ohno, «Tunnel magnetoresistance of 604% at 300 K by suppression of Ta diffusion in CoFeB/MgO/CoFeB pseudo-spin-valves annealed at high temperature,» *Appl. Phys. Lett.*, т. 93, p. 082508, 2008.
- [4] P. M. Tedrow и R. Meservey, «Spin-Dependent Tunneling into Ferromagnetic Nickel,» *Phys. Rev. Lett.*, т. 26, p. 192, 1971.
- [5] P. M. Tedrow и R. Meservey, «Spin Polarization of Electrons Tunneling from Films of Fe, Co, Ni, and Gd,» *Phys. Rev. B*, т. 7, p. 318, 1973.
- [6] J. C. Slonczewski, «Conductance and exchange coupling of two ferromagnets separated by a tunneling barrier,» *Phys. Rev. B*, т. 39, pp. 6995-7002, 1989.
- [7] J. M. MacLaren, X.-G. Zhang и W. H. Butler, «Validity of the Julliere model of spin-dependent tunneling,» *Phys. Rev. B*, т. 56, p. 11827, 1997.
- [8] A. N. Bratkovsky, «Tunneling of electrons in conventional and half-metallic systems: Towards very large magnetoresistance,» *Phys. Rev. B*, т. 56, pp. 2344-2347, 1997.
- [9] X. Zhang, B. Li, G. Sun и F.-C. Pu, «Spin-polarized tunneling and magnetoresistance in ferromagnet/insulator(semiconductor) single and double tunnel junctions subjected to an electric field,» *Phys. Rev. B*, т. 56, p. 5484, 1997.

- [10] A. Vedyayev, N. Ryzhanova, R. Vlutters и B. Dieny, «Giant tunnel magnetoresistance in multilayered metal/oxide structures comprising multiple quantum wells,» *J. Phys.: Cond. Matt.*, т. 10, p. 5799, 1998.
- [11] L. Berger, «Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current,» *Phys. Rev. B*, p. 9353, 54.
- [12] J. C. Slonczewski, «Current-driven excitation of magnetic multilayers,» *JMMM*, т. 159, pp. L1-L7, 1996.
- [13] A. Manchon, N. Ryzhanova, N. Strelkov, A. Vedyayev и B. Dieny, «Modelling spin transfer torque and magnetoresistance in magnetic multilayers,» *J. Phys.: Cond. Mat.*, т. 19, p. 165212, 2007.
- [14] M. Chshiev, A. Manchon, A. Kalitsov, N. Ryzhanova, A. Vedyayev, N. Strelkov, W. Butler и B. Dieny, «Analytical description of ballistic spin currents and torques in magnetic tunnel junctions,» *Phys. Rev. B*, т. 92, p. 104422, 2015.
- [15] M. B. Stearns, «Simple explanation of tunneling spin-polarization of Fe, Co, Ni and its alloys,» *JMMM*, т. 5, pp. 167-171, 1977.
- [16] R. Landauer, «Spatial variation of currents and fields due to localized scatterers in metallic conduction,» *IBM J. Res. Dev.*, т. 1, pp. 233-231, 1957.