

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА МАГНЕТИЗМА

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

**«АППРОКСИМАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПО
ДИНАМИКЕ АНТИФЕРРОМАГНИТНЫХ ВИХРЕЙ В ДОМЕННОЙ
ГРАНИЦЕ ОРТОФЕРРИТА ИТТРИЯ»**

Выполнил студент
219М группы:
Худайгулова Э.Ф.

подпись студента

Научный руководитель:
к.ф.-м.н. доцент Шапаева Т.Б.

подпись научного руководителя

Допущен к защите
Зав. кафедрой магнетизма
д.ф.-м.н., профессор Перов Н.С.

подпись зав. кафедрой

Москва

2023

ОГЛАВЛЕНИЕ	
ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. ДИНАМИКА АНТИФЕРРОМАГНИТНЫХ ВИХРЕЙ В ДОМЕННОЙ ГРАНИЦЕ ОРТОФЕРРИТА ПРИ КОМНАТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ: ЭКСПЕРИМЕНТ И ТЕОРИЯ	7
1.1. Экспериментальные методы исследования динамики антиферромагнитных вихрей.....	7
1.2. Основные экспериментальные результаты по динамике антиферромагнитных вихрей.....	8
1.3. Сравнение результатов теоретического моделирования динамики антиферромагнитных вихрей с экспериментальными данными.....	11
1.4. Обсуждение результатов	13
ГЛАВА 2. АППРОКСИМАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ	14
2.1. Постановка задачи.....	14
2.2. Использование аппроксимирующих функций, содержащих один подгоночный параметр	16
2.3. Использование аппроксимирующих функций, содержащих два подгоночных параметра.....	20
2.4. Обсуждение результатов	24
ГЛАВА 3. ЗАДАЧА О ДИФРАКЦИИ НА ЩЕЛИ И ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ЕЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ ДОМЕННОЙ ГРАНИЦЫ С ВЫСОКИМ ПРОСТРАНСТВЕННЫМ РАЗРЕШЕНИЕМ	28
3.1 Задача о дифракции на «черно-белой» щели	29
3.1.1 Изменение дифракционной картины при смещении доменной границы.	33
3.2 Задача о дифракции на «серой» щели.....	34

3.3. Обсуждение результатов	42
3.3.1. Пример 1	42
3.3.2. Пример 2.....	46
3.4. Выводы.....	49
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	50
ПРИЛОЖЕНИЕ	51
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	52

ВВЕДЕНИЕ

Создание новых устройств для записи и обработки информации является стимулом для исследования динамики перемагничивания различных материалов. Время перемагничивания определяется скоростью движения доменных границ (ДГ) и магнитных вихрей, находящихся внутри нее. Известно, что в ортоферритах наблюдается максимальная скорость движения доменных границ 20 км/с. Поскольку подвижность магнитных вихрей выше, чем доменных границ, исследование динамики этих объектов весьма привлекательно с точки зрения их практического применения: тонкая структура доменной границы может быть использована для создания магнитной памяти с высокой плотностью записи и низким энергопотреблением. Очевидно, что исследование динамики перемагничивания представляет не только прикладной, но и фундаментальный интерес, который, в первую очередь, связан с развитием нелинейной магнитодинамики и спинтроники.

Как правило, в условиях реального эксперимента измерение любой зависимости $y(x)$ можно проводить только в строго определенном интервале изменения величины x . Однако нередко, для объяснения полученных результатов или планирования последующих экспериментов, желательно иметь представление о том, какой вид имеет экспериментальная зависимость вне доступного диапазона измерений. Для решения этой задачи можно использовать аппроксимирующую функцию, которая описывала бы экспериментальные результаты в доступной области измерений и была бы определена в более широком диапазоне. В настоящей работе с помощью метода наименьших квадратов были подобраны аппроксимирующие функции для зависимости скорости движения доменной границы и скорости движения антиферромагнитных вихрей вдоль доменной границы. Было обнаружено наличие критической скорости доменной границы, ограничивающей область существования антиферромагнитных вихрей внутри нее.

Экспериментальные результаты, которые были использованы для подбора аппроксимирующей функции, были получены с помощью метода высокоскоростной фотографии на основе эффекта Фарадея. Временное разрешение установки составляло 1 нс, а пространственное разрешение было ограничено длиной волны света и достигало 1 мкм. Метод высокоскоростной фотографии позволяет не только определить скорость движения доменной границы, но и получить зависимость ее видимой ширины от скорости. Такая зависимость дает информацию об изменении внутренней структуры динамической ДГ при достижении некоторой критической скорости. Поскольку видимая ширина доменной границы ортоферрита иттрия составляет несколько микрон, улучшение пространственного разрешения установки позволит проводить более детальные исследования. Для улучшения пространственного разрешения метода высокоскоростной фотографии в настоящей работе рассмотрена задача о дифракции света на щели и обсуждаются возможности ее применения для изучения дифракционной картины, полученной после дифракции света на динамической доменной границе.

В настоящее время известно, что управлять динамикой ДГ можно не только с помощью импульсного магнитного поля, но и с помощью света. В этом случае высокоскоростную фотографию можно объединить с методом накачка-зондирование. В этом случае смещение ДГ из положения равновесия может быть сравнимо с ее видимыми размерами. С другой стороны, возбуждающий импульс может менять оптические свойства среды, вызывая затруднения при интерпретации изображения, которое получают с помощью зондирующего импульса и эффекта Фарадея. В финале настоящей работы рассмотрена задача о дифракции на «серой» щели и обсуждаются возможности использования полученных результатов в экспериментах, где метод накачка-зондирование объединен с дифракцией света на доменной границе.

Научная новизна

С помощью метода наименьших квадратов были подобраны аппроксимирующие функции для зависимости скорости движения доменной границы и скорости движения антиферромагнитных вихрей вдоль доменной границы. Было обнаружено наличие критической скорости доменной границы, ограничивающей область существования антиферромагнитных вихрей внутри нее. Во второй части работы представлено решение задачи о дифракции на доменной структуре в модели «серой» щели, позволяющее сделать вывод об изменении оптических свойств образца под действием импульса накачки.

Достоверность полученных результатов обеспечивается сравнением полученных результатов с экспериментальными данными и другими теоретическими расчетами.

ГЛАВА 1. ДИНАМИКА АНТИФЕРРОМАГНИТНЫХ ВИХРЕЙ В ДОМЕННОЙ ГРАНИЦЕ ОРТОФЕРРИТА ПРИ КОМНАТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ: ЭКСПЕРИМЕНТ И ТЕОРИЯ

1.1. Экспериментальные методы исследования динамики антиферромагнитных вихрей

Динамику антиферромагнитных (АФМ) вихрей внутри доменной границы ортоферрита иттрия исследовали с помощью методов двух и трехкратной высокоскоростной фотографии на основе эффекта Фарадея [1, 2]. Ортоферриты – слабые ферромагнетики. При комнатной температуре во всех ортоферритах кроме самариевого реализуется упорядочение $G_x F_z$, при котором нормированные векторы намагниченности l и слабого ферромагнетизма m ориентированы вдоль осей a и c соответственно [3, 4]. Ортоферрит иттрия – двупреломляющий кристалл, оптическая ось которого составляет с осью c угол порядка 50° . Для наблюдения доменной структуры с помощью эффекта Фарадея пластинки ортоферрита вырезают перпендикулярно оптической оси [3].

При комнатной температуре в ортоферрите иттрия реализуется доменная граница ac типа, в которой вращение векторов l и m в плоскости (ac) может происходить как по, так и против часовой стрелке, при этом вектора l и m остаются перпендикулярными друг другу и сохраняют свои абсолютные величины. Область, разделяющая участки ДГ ac типа с противоположными направлениями вращения – это доменная граница ab типа, в которой вектор l вращается в плоскости (ab) , а вектор m , не меняя ориентации вдоль оси c , уменьшает до нуля свою абсолютную величину, затем меняет направление на противоположное и увеличивает модуль до первоначального значения [2]. Поскольку подвижности доменных границ ac и ab типа различны, положение антиферромагнитного вихря внутри динамической доменной границы определяют по положению уединенной волны, отстающей, как целое, от самой границы.

1.2. Основные экспериментальные результаты по динамике антиферромагнитных вихрей

В ортоферритах наблюдается максимальная скорость движения ДГ 20 км/с [5, 6]. Эта величина совпадает со скоростью спиновых волн на линейном участке их закона дисперсии. Скорость движения ДГ в ортоферрите сначала линейно возрастает при увеличении внешнего магнитного поля, достигает скорости звука (4 км/с), остается постоянной в некотором интервале магнитных полей, затем резко возрастает с 4 до 12 км/с, последующее увеличение внешнего магнитного поля приводит к насыщению скорости на уровне 20 км/с [5, 6]. Тот факт, что скорость движения ДГ остается неизменной при достижении 4 км/с при увеличении внешнего магнитного поля в некотором диапазоне, свидетельствует об изменении внутренней структуры границы. Для генерации пар АФМ вихрей участок доменной границы, движущейся со скоростью 12 км/с, тормозили с помощью локального дефекта или внешнего магнитного поля [7]. При скорости ДГ $v = 12$ км/с, скорость АФМ вихря вдоль нее $u = 16$ км/с, полная скорость вихря $w = 20$ км/с. На рис. 1 представлена двукратная фотография динамической доменной границы с уединенными изгибными волнами, сопровождающими магнитные вихри. Направление движения доменной границы и магнитных вихрей показано на рис.1. Уединенные волны, которые сопровождают АФМ вихри, движутся вдоль доменной границы в противоположных направлениях с равными по модулю скоростями. Время задержки между двумя световыми импульсами 8 нс, длительность светового импульса $\frac{1}{4}$ нс [2]. По фотографиям, аналогичным представленной на рис. 1, можно определить скорость движения ДГ, скорость уединенной волны, сопровождающей АФМ вихрь, вдоль ДГ, полную скорость этой волны, амплитуду волны и угол наклона переднего фронта этой волны. Изменение скорости движения ДГ приводит к изменению скорости вихря, при этом выполняется соотношение:

$$v^2 + u^2 = w^2 \quad (1)$$

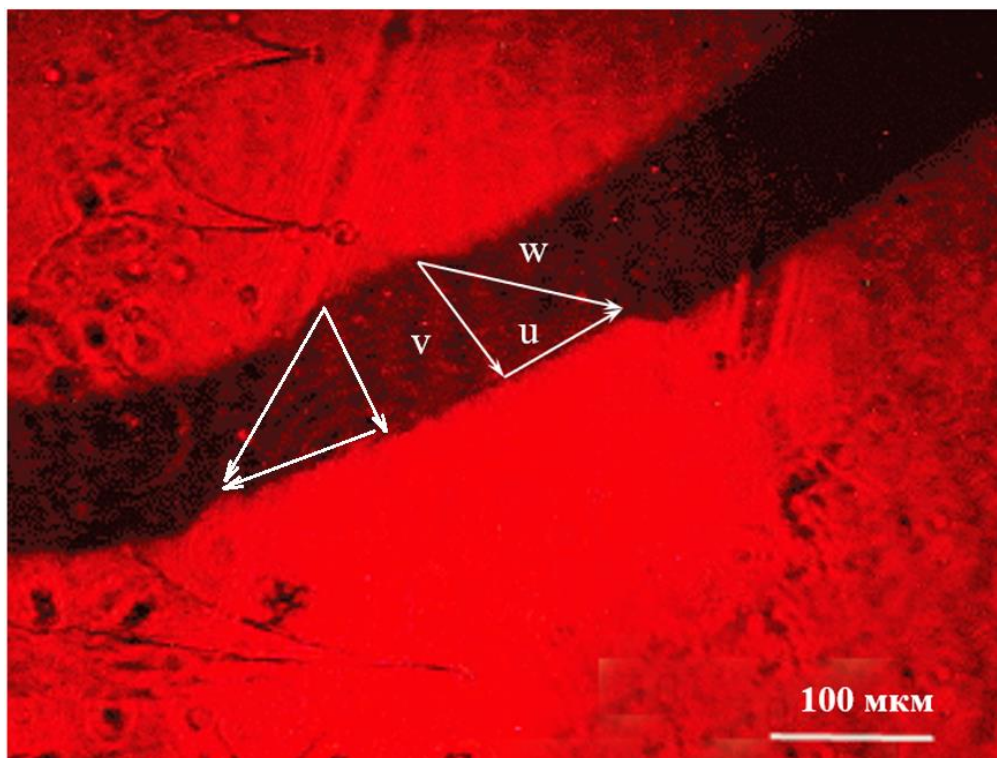


Рис.1. Двукратная фотография динамической доменной границы с уединенными волнами, сопровождающими динамические магнитные вихри. Время задержки между двумя световыми импульсами 8 нс, длительность светового импульса $\frac{1}{4}$ нс. Скорость движения границы – v , скорость движения волны вдоль границы – u , полная скорость движения волны – w . На фото $v = u = 14$ км/с, $w = 20$ км/с [2].

На рис. 2 представлена зависимость полной скорости движения вихря от скорости движения ДГ. Полная скорость вихря возрастает при увеличении скорости движения границы, при этом максимальная величина w не превышает 20 км/с – максимальной скорости движения границы [5, 6].

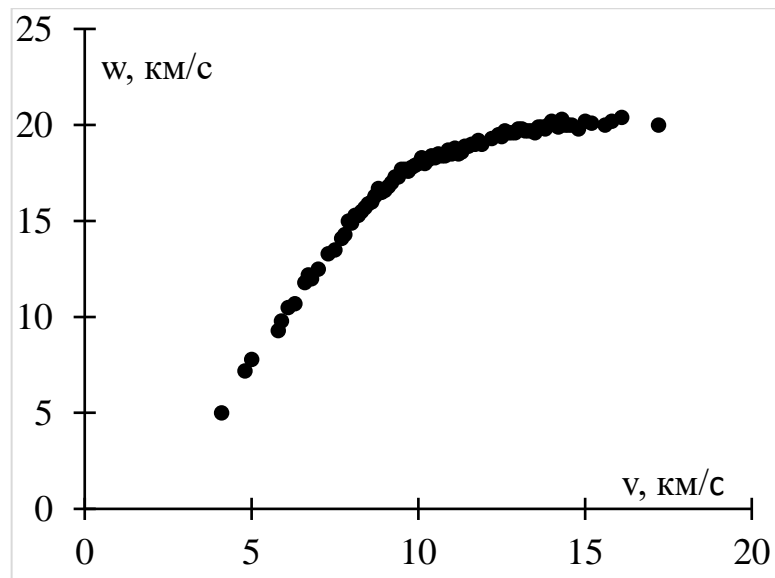


Рис.2. Зависимость полной скорости вихря w от скорости движения доменной границы v . При фиксированной скорости движения доменной границы значения w были усреднены для разных амплитуд уединенных волн, сопровождающих антиферромагнитные вихри [7].

На рис. 3 представлена зависимость скорости движения вихря вдоль ДГ от скорости движения самой границы. Скорость движения вихря вдоль границы сначала возрастает с ростом скорости границы, достигает своего максимума и уменьшается, следуя закону:

$$v^2 + u^2 = c^2 \quad (2)$$

где $c = 20$ км/с – максимальная скорость движения ДГ в ортоферрите иттрия.

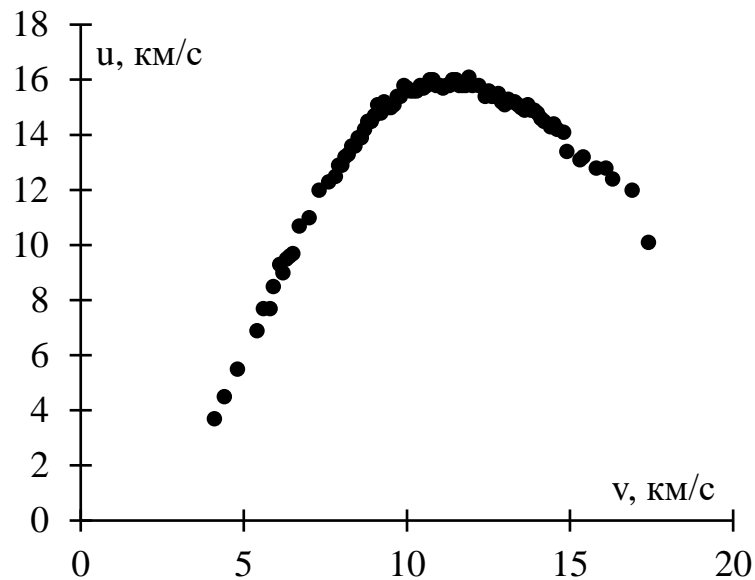


Рис. 3. Зависимость скорости вихря вдоль доменной границы u от скорости движения доменной границы v . При фиксированной скорости движения доменной границы значения u были усреднены для разных амплитуд уединенных волн, сопровождающих антиферромагнитные вихри [7].

К сожалению, экспериментальные зависимости $u(v)$ и $w(v)$ не удалось получить для скоростей движения доменной границы, меньших скорости звука (4 км/с). Ранее уже было отмечено, что генерация вихрей происходит при скорости движения ДГ 12 км/с, поскольку при торможении граница сильно искривляется, определить положение уединенной волны, сопровождающей вихрь, было затруднительно.

1.3. Сравнение результатов теоретического моделирования динамики антиферромагнитных вихрей с экспериментальными данными

Первой работой, посвященной теоретическому исследованию динамики магнитных вихрей в ДГ ортоферритов, была работа Е.Г. Екомасова и М.А. Шабалина [8]. Авторы получили зависимость $u(v)$, содержащую безразмерный параметр a_0 , который является отношением силы, продвигающей магнитный вихрь вдоль ДГ, к силе, которая его тормозит:

$$u = \frac{v \sqrt{(a_0^2 - 1) \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}}{\sqrt{1 + (a_0^2 - 1) \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (3)$$

где v – скорость движения самой доменной границы. Кривые, построенные для разных значений параметра a_0 , имеют максимум, положение которого с ростом величины a_0 смещается в сторону меньших значений v и больших значений u (рис.4). Убывающие части экспериментальных и теоретических кривых, построенных для больших значений параметра a_0 , стремятся к кривой, которая описывается соотношением (2).

Другой подход к теоретическому описанию динамики АФМ вихрей в ДГ ортоферрита был предложен А.К. и К.А. Звездиными [9, 10]. В основе подхода лежит высказанное в работах [2, 7] предположение, что причиной движения АФМ вихрей со столь высокими скоростями может быть только гироскопическая сила. Согласно теории, гироскопическая сила в ортоферритах не равна нулю, а пропорциональна намагниченности подрешеток и полю Дзялошинского и обратно пропорциональна величине обменного поля в ортоферритах. В рамках этой теории аналитически была получена неявная зависимость $u(v)$ [9, 10]:

$$v = A \sqrt{\xi} \cdot \beta^{-3} \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{u^4}{(1 - u^2 - v^2) \sqrt{(1 - u^2 - v^2) \beta^{-3} + \xi u^2}} \right), \quad (4)$$

где $u = \frac{\dot{x}_0}{c}$, $A = \frac{Gc}{4\sigma_0}$, $\xi(v) = \left(\frac{l_H a(v)}{2\tau}\right)^2$, $G = \frac{2\pi\chi_{\perp} H_D}{\gamma}$, $\beta = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$, $\sigma_0 = m_0 c^2 \beta$.

Расчетные кривые имели начальный линейно возрастающий участок, максимум и убывающую часть, которая соответствует уравнению (2) (рис. 5). Сравнение экспериментальных данных и результатов моделирования было выполнено в работе [11]. x_0 – значение координаты центра вихря, H_D – поле Дзялошинского, γ – гиромагнитное отношение.

Несмотря на то, что расчетные кривые подобны экспериментальной зависимости (см. рис. 4, 5), нельзя сказать, что теоретические расчеты точно

описывают экспериментальные данные [12]. Это расхождение особенно заметно на возрастающих участках зависимостей $u(v)$.

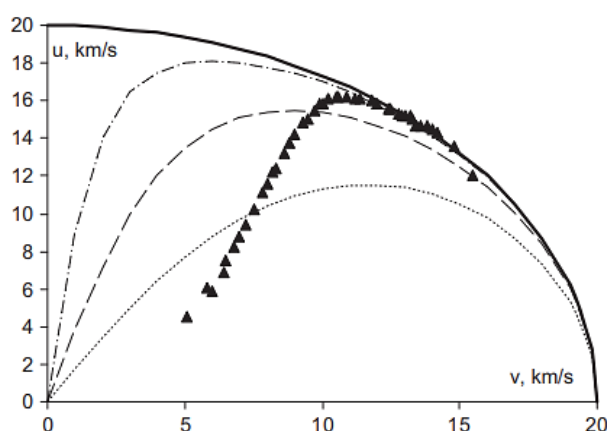


Рис. 4. Экспериментальные (▲) и теоретические зависимости (· · · $a_0=2$; --- $a_0=4$; - · - $a_0=10$) скорости уединенной изгибной волны u вдоль доменной границы в зависимости от скорости доменной границы v . Сплошная линия: $u^2+v^2=c^2$, $c=20$ км/с. [11].

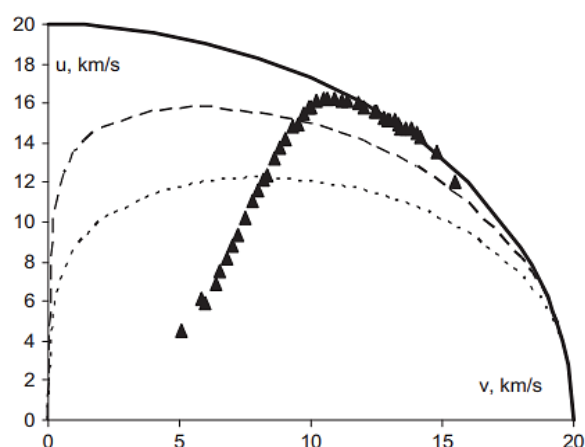


Рис. 5. Экспериментальная (▲) и теоретическая зависимости (· · · $A=0,1$, $\xi=0,01$; - - $A=1$, $\xi=0,01$) скорости уединенной изгибной волны u вдоль доменной границы от скорости доменной границы v . Сплошная линия: $u^2+v^2=c^2$, $c=20$ км/с. [11].

1.4. Обсуждение результатов

Зависимости $u(v)$, полученные в результате теоретических расчетов, которые были выполнены под руководством Е.Г. Екомасова и А.К. Звездина, подобны: все кривые начинаются из начала координат, имеют максимум и убывающую часть, которая подчиняется уравнению (2). При определенных значениях соответствующих констант теоретические кривые качественно согласуются с экспериментальными данными, но говорить о полном соответствии экспериментальных и расчетных зависимостей на всем диапазоне скоростей движения доменной границы нельзя. Поскольку результаты теоретического моделирования удовлетворительно описывают

экспериментальные данные только при больших скоростях движения ДГ, была поставлена задача подобрать эмпирическую функцию, описывающую экспериментальные результаты по динамике АФМ вихрей для любых скоростей движения ДГ.

ГЛАВА 2. АППРОКСИМАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

2.1. Постановка задачи

Математически задача о нахождении аппроксимирующей функции $\varphi(x)$ сводится к подбору для функции $f(x)$, заданной таблично, аналитического выражения, которое приближенно описывает эту функцию. Обычно для такого представления функции $f(x)$ выбирают аппроксимирующую функцию $\varphi(x)$ из функций определенного вида, например, ищут $\varphi(x)$ в виде многочлена

$$\varphi(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \quad (5)$$

или в виде

$$\varphi(x) = Ae^{rx} + Be^{sx} + \dots \quad (6)$$

требуя, чтобы функция $\varphi(x)$ наиболее близко приближалась к $f(x)$ на некотором определенном интервале ($a \leq x \leq b$) [13]. Существует несколько методов построения функций $\varphi(x)$, среди которых выделяют равномерное приближение и метод наименьших квадратов. В зависимости от способа, которым оценивается близость функций $f(x)$ и $\varphi(x)$, может получиться то или иное наилучшее приближение.

Согласно методу наименьших квадратов [13] наиболее употребительным является такое приближение $\varphi(x)$, для которого наименьшее значение имеет величина

$$M = \int_a^b (\varphi(x) - f(x))^2 dx \quad (7)$$

Поскольку в эксперименте измерения проводят с определенным шагом, вид исходной функции является дискретным. Следовательно, для проведения

дальнейших расчетов аппроксимирующую функцию $\varphi(x)$ можно задать аналогично (рис. 6) [14]. Таким образом, выражение (7) можно записать в виде:

$$M = \min \sum_{i=1}^N ((f(x_i) - \varphi(x_i))^2) \quad (8)$$

здесь $f(x_i)$ и $\varphi(x_i)$ – значения функций f и φ в точке x_i . N – число экспериментальных точек. В большинстве экспериментов, как правило, измеряемые величины имеют размерность, следовательно величина M в общем случае также будет размерной.

Для реализации метода наименьших квадратов с применением численных методов отклонение экспериментальной зависимости $f(x)$ от аппроксимирующей $\varphi(x)$ можно рассматривать не только по вертикальной оси, как это сделано в выражении (7), а сразу по двум направлениям. На рис. 6 отклонение экспериментальных точек от аппроксимирующей кривой показано зелеными отрезками. Таким образом, в общем случае для вычисления значения M , характеризующего точность определения аппроксимирующей функции $\varphi(x)$, удобно использовать формулу:

$$M = \sum_{i=1}^N \min \left(\left((x_i - x_{ki})^2 + (f(x_i) - \varphi(x_{ki}))^2 \right) \right) \quad (9)$$

здесь $f(x_i)$ и $\varphi(x_{ki})$ – значения функций f и φ в точке x_i и x_{ki} соответственно, на рис. 6 $k = 1, 2, 3, 4$.

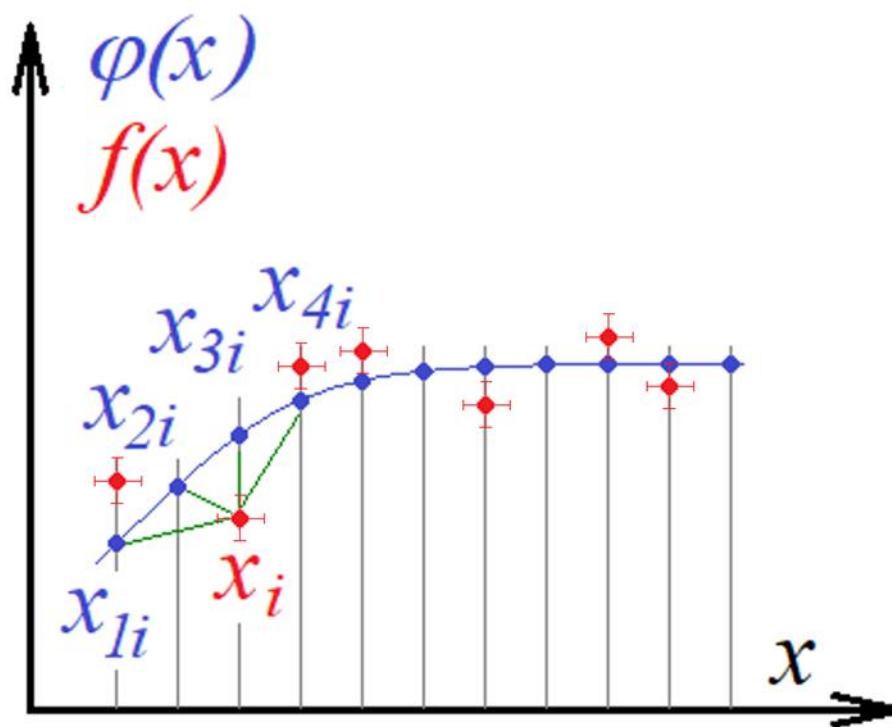


Рис. 6. Экспериментальная зависимость $f(x)$ и аппроксимирующая функция $\varphi(x)$. Для вычисления значения M , используя соотношение (7), для каждой экспериментальной точки с координатами $(x_i, f(x_i))$ вычисляют значения $(x_i - x_{ki})^2 + (f(x_i) - \varphi(x_{ki}))^2$, на рисунке $k=1, 2, 3, 4$, затем находят минимальное среди них $\min \left((x_i - x_{ki})^2 + (f(x_i) - \varphi(x_{ki}))^2 \right)$ и используют его для вычисления M по формуле (7) [14].

2.2. Использование аппроксимирующих функций, содержащих один подгоночный параметр

Вид экспериментальной зависимости $w(v)$ проще, чем вид кривой $u(v)$ (см. рис. 2 и 3), поэтому для подбора аппроксимирующей функции была выбрана именно зависимость $w(v)$. Поскольку величины v , u и w связаны между собой уравнением (1), подобрав функцию $w(v)$, можно рассчитать кривую $u(v)$ и сравнить полученный результат с экспериментальными данными [15]. На рис. 2 представлена зависимость $w(v)$, усредненная для

разных значений амплитуд уединенных волн. Для получения эмпирической зависимости $w(v)$, соответствующей экспериментальным данным (рис. 2), были использованы следующие предположения:

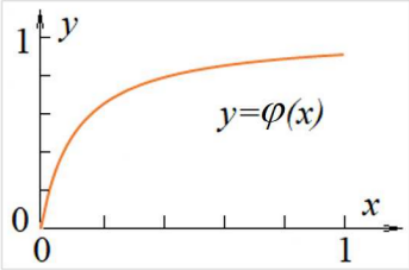
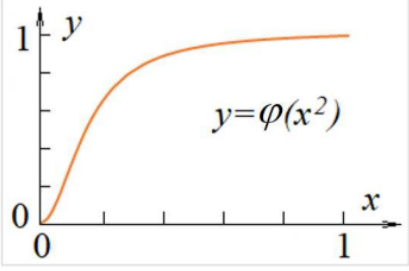
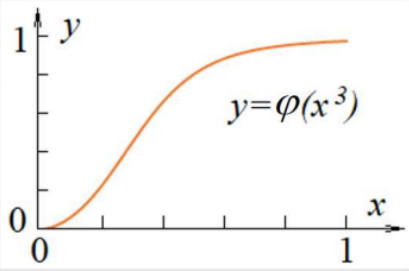
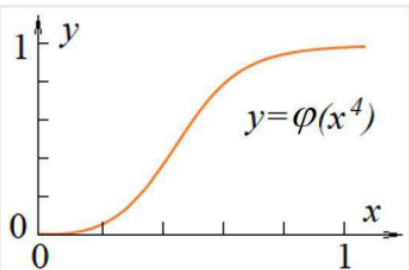
1. $w(0)=0$;
2. максимальное значение полной скорости АФМ вихря не превосходит предельную скорость движения ДГ в ортоферритах:
 $w(v \rightarrow \infty) = 20 \text{ км/с}$ ($w(v=20 \text{ км/с}) = 20 \text{ км/с}$);
3. зависимость $w(v)$ является неубывающей, т.е. $w'(v) \geq 0$.

Переходим к безразмерным величинам $x = \frac{v}{c}$ и $y = \frac{w}{c}$, где $c=20 \text{ км/с}$ и получаем зависимость $y(x)$, обладающую следующими свойствами:

1. $y(0)=0$;
2. $y(x \rightarrow 1)=1$;
3. $y'(x) \geq 0$.

Далее рассмотрим 7 видов функций, удовлетворяющих этим условиям (Таблица 1). Во второй колонке Таблицы 1 представлены аналитические выражения для функций, каждое из которых содержит единственный безразмерный подгоночный параметр ($a_k, b_k, d_k, f_k, t_k, p_k, h_k$). Для каждого вида функций записаны зависимости, содержащие аргумент x в разных степенях ($k=1,2,3\dots$). В правой колонке представлены эскизы графиков функции $y=\varphi(x)$, соответствующих разным видам зависимости от аргумента: линейная зависимость, квадратичная и т.д. Легко заметить, что для разных видов зависимостей вид начального участка отличается. В приложении 1 приведен расширенный вид этой таблицы.

Виды функций, использованных для выбора аппроксимирующей кривой для зависимости $y(x)$.

№	Вид функции	Аналитическое представление	Эскизы графиков
1	Дробная рациональная функция	$y = \frac{x^k}{x^k + a_k}$	
2	Корень из дробной рациональной функции	$y = \sqrt{\frac{x^{2k-1}}{x^{2k-1} + b_{2k-1}}}$	
3	Функция, содержащая корень в знаменателе	$y = \frac{x^k}{\sqrt{x^{2k} + d_k}}$	
4	Функция, содержащая экспоненту	$y = \left(1 - e^{-\frac{x^k}{f_k}}\right)$	
5	Логарифм натуральный	$y = \ln\left(\frac{ex^k + t_k}{x^k + t_k}\right)$	
6	Гиперболический тангенс	$y = \text{th}(x^k \cdot p_k)$	
7	Арктангенс	$y = \frac{2}{\pi} \arctg(x^k \cdot h_k)$	

Далее, изменяя значения подгоночных параметров, в каждом классе функций можно определить такую зависимость, для которой величина M будет наименьшей, т.е. аппроксимирующая функция лучше всего описывает экспериментальные данные. В Таблице 2 представлены результаты расчетов

для тех функций, у которых значение параметра M в каждой группе минимально. Для разных видов функций величина M меняется от 0.008 до 0.168.

Таблица 2.

Аппроксимирующие функции и их характеристики.

№	Вид функции	Аналитическое представление	Результаты расчетов
1а	Дробная рациональная функция	$y = \frac{x^4}{x^4 + a_4}$	$a_4 = 0.0072,$ $M = 0.027, v_{cr} = 4.2$ км/с
1б		$y = \frac{x^4}{x^4 + a_{43}x^3 + a_{40}}$	$a_{43} = -0.02,$ $a_{40} = 0.0092,$ $M = 0.008, v_{cr} = 4.5$ км/с
2	Корень из дробной рациональной функции	$y = \sqrt{\frac{x^5}{x^5 + b_5}}$	$b_5 = 0.0075,$ $M = 0.013, v_{cr} = 4.0$ км/с
3	Функция, содержащая корень в знаменателе	$y = \frac{x^3}{\sqrt{x^6 + d_3}}$	$d_3 = 0.0032,$ $M = 0.015, v_{cr} = 4.8$ км/с
4	Функция, содержащая экспоненту	$y = \left(1 - e^{-\frac{x^2}{f_2}}\right)$	$f_2 = 0.13, M = 0.061,$ $v_{cr} = 2.7$ км/с
5	Логарифм натуральный	$y = \ln\left(\frac{ex^4 + t_4}{x^4 + t_4}\right)$	$t_4 = 0.012, M = 0.103,$ $v_{cr} = 4.2$ км/с
6	Гиперболический тангенс	$y = \text{th}(x^2 \cdot p_2)$	$p_2 = 6, M = 0.021,$ $v_{cr} = 3.4$ км/с
7	Арктангенс	$y = \frac{2}{\pi} \text{arctg}(x^4 \cdot h_4)$	$h_4 = 100, M = 0.168,$ $v_{cr} = 5.1$ км/с

2.3. Использование аппроксимирующих функций, содержащих два подгоночных параметра

Следует отметить, что вид аппроксимирующих функций можно усложнить, вводя дополнительные подгоночные параметры. Например, вместо функции

$$y = \frac{x^4}{x^4 + a_4} \quad (10)$$

содержащей подгоночный параметр a_4 , использовать функцию вида

$$y = \frac{x^4}{x^4 + a_{43}x^3 + a_{40}} \quad (11)$$

которая имеет два подгоночных параметра a_{43} и a_{40} . Усложнение вида аппроксимирующей функции позволяет уменьшить значение M от 0.027 до 0.008, однако ниже будет показано, что на итоговый вывод это не влияет.

На рис. 7 представлена экспериментальная зависимость $w(v)$ и аппроксимирующие функции $w(v)$, вычисленные с использованием данных из

Таблицы 2: $w(v) = \frac{c \cdot v^4}{v^4 + c^4 \cdot a_4}$, где $a_4 = 0,0072$ (фиолетовая штриховая кривая);

$w(v) = \frac{c \cdot v^4}{v^4 + c \cdot v^3 \cdot a_{43} + c^4 \cdot a_{40}}$, где $a_{43} = -0,02$, $a_{40} = 0,0092$ (салатовая кривая);

$w(v) = c \sqrt{\frac{v^5}{v^5 + c^5 \cdot b_5}}$, где $b_5 = 0,0075$ (красная штриховая кривая);

$w(v) = \frac{c \cdot v^3}{\sqrt{v^6 + c^6 \cdot d_3}}$, где $d_3 = 0,0032$ (красная кривая); $w(v) = c \left(1 - e^{-\frac{v^2}{c^2 \cdot f_2}} \right)$, где

$f_2 = 0,13$ (голубая кривая); $w(v) = c \cdot \ln \left(\frac{e \left(\frac{v}{c} \right)^2 + t_4}{\left(\frac{v}{c} \right)^2 + t_4} \right)$, где $t_4 = 0,012$ (оранжевая

кривая); $w(v) = c \cdot \text{th} \left(\left(\frac{v}{c} \right)^2 \cdot p_2 \right)$, где $p_2 = 6$ (зеленая штриховая кривая);

$w(v) = \frac{2c}{\pi} \cdot \text{arctg} \left(\left(\frac{v}{c} \right)^4 \cdot h_4 \right)$, где $h_4 = 100$ (синяя штрихпунктирная кривая).

Видно, что все расчетные кривые близко расположены друг к другу и достаточно хорошо соответствуют экспериментальным данным.

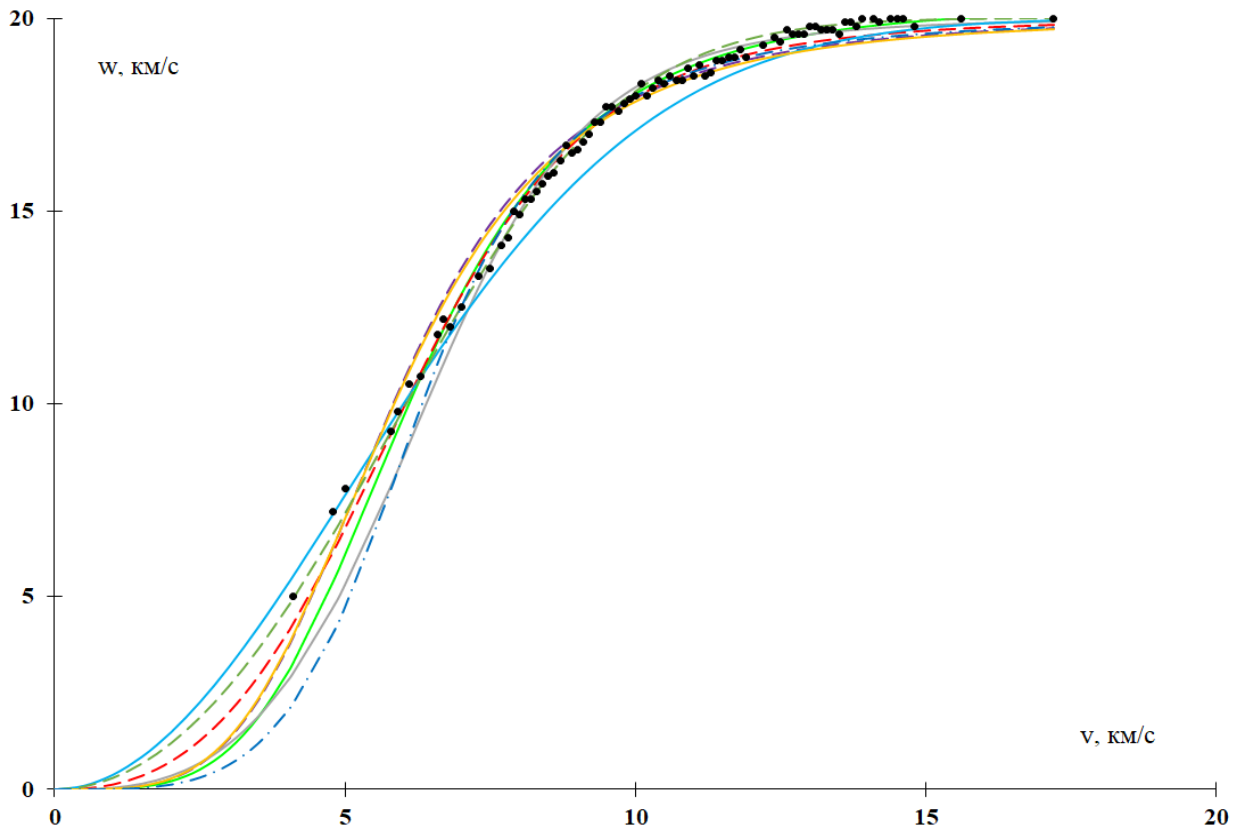


Рис. 7. Экспериментальная зависимость полной скорости вихря w от скорости движения доменной границы v (черные точки) и аппроксимирующие функции

$$w(v): w(v) = \frac{c \cdot v^4}{v^4 + c^4 \cdot a_4}, \text{ где } a_4 = 0,0072 \text{ (фиолетовая штриховая кривая);}$$

$$w(v) = \frac{c \cdot v^4}{v^4 + c \cdot v^3 \cdot a_{43} + c^4 \cdot a_{40}}, \text{ где } a_{43} = -0,02, a_{40} = 0,0092 \text{ (салатовая кривая);}$$

$$w(v) = c \sqrt{\frac{v^5}{v^5 + c^5 \cdot b_5}}, \text{ где } b_5 = 0,0075 \text{ (красная штриховая кривая);}$$

$$w(v) = \frac{c \cdot v^3}{\sqrt{v^6 + c^6 \cdot d_3}}, \text{ где } d_3 = 0,0032 \text{ (красная кривая); } w(v) = c \left(1 - e^{-\frac{v^2}{c^2 f_2}} \right), \text{ где}$$

$$f_2 = 0,13 \text{ (голубая кривая); } w(v) = c \cdot \ln \left(\frac{e \left(\frac{v}{c} \right)^2 + t_4}{\left(\frac{v}{c} \right)^2 + t_4} \right), \text{ где } t_4 = 0,012 \text{ (оранжевая}$$

$$\text{кривая); } w(v) = c \cdot \text{th} \left(\left(\frac{v}{c} \right)^2 \cdot p_2 \right), \text{ где } p_2 = 6 \text{ (зеленая штриховая кривая);}$$

$$w(v) = \frac{2c}{\pi} \cdot \text{arctg} \left(\left(\frac{v}{c} \right)^4 \cdot h_4 \right), \text{ где } h_4 = 100 \text{ (синяя штрихпунктирная кривая).}$$

Используя зависимости $w(v)$, представленные в Таблице 2, можно получить кривые $u(v)$. На рис. 8 показаны экспериментальная и расчетные

зависимости $u(v)$. Расчеты были выполнены, используя соотношение (1)

$u(v) = \sqrt{w^2(v) - v^2}$, здесь $w(v) = \frac{c \cdot v^4}{v^4 + c^4 \cdot a_4}$, где $a_4 = 0,0072$ (фиолетовая

штриховая кривая); $w(v) = \frac{c \cdot v^4}{v^4 + c \cdot v^3 \cdot a_{43} + c^4 \cdot a_{40}}$, где $a_{43} = -0,02$, $a_{40} = 0,0092$

(салатовая кривая); $w(v) = c \sqrt{\frac{v^5}{v^5 + c^5 \cdot b_5}}$, где $b_5 = 0,0075$ (красная штриховая

кривая); $w(v) = \frac{c \cdot v^3}{\sqrt{v^6 + c^6 \cdot d_3}}$, где $d_3 = 0,0032$ (красная кривая);

$w(v) = c \left(1 - e^{-\frac{v^2}{c^2 f_2}} \right)$, где $f_2 = 0,13$ (голубая кривая); $w(v) = c \cdot \ln \left(\frac{e \left(\frac{v}{c} \right)^2 + t_4}{\left(\frac{v}{c} \right)^2 + t_4} \right)$,

где $t_4 = 0,012$ (оранжевая кривая); $w(v) = c \cdot \text{th} \left(\left(\frac{v}{c} \right)^2 \cdot p_2 \right)$, где $p_2 = 6$ (зеленая

штриховая кривая); $w(v) = \frac{2c}{\pi} \cdot \text{arctg} \left(\left(\frac{v}{c} \right)^4 \cdot h_4 \right)$, где $h_4 = 100$ (синяя

штрихпунктирная кривая). Все расчетные кривые подобны и соответствуют экспериментальным данным.

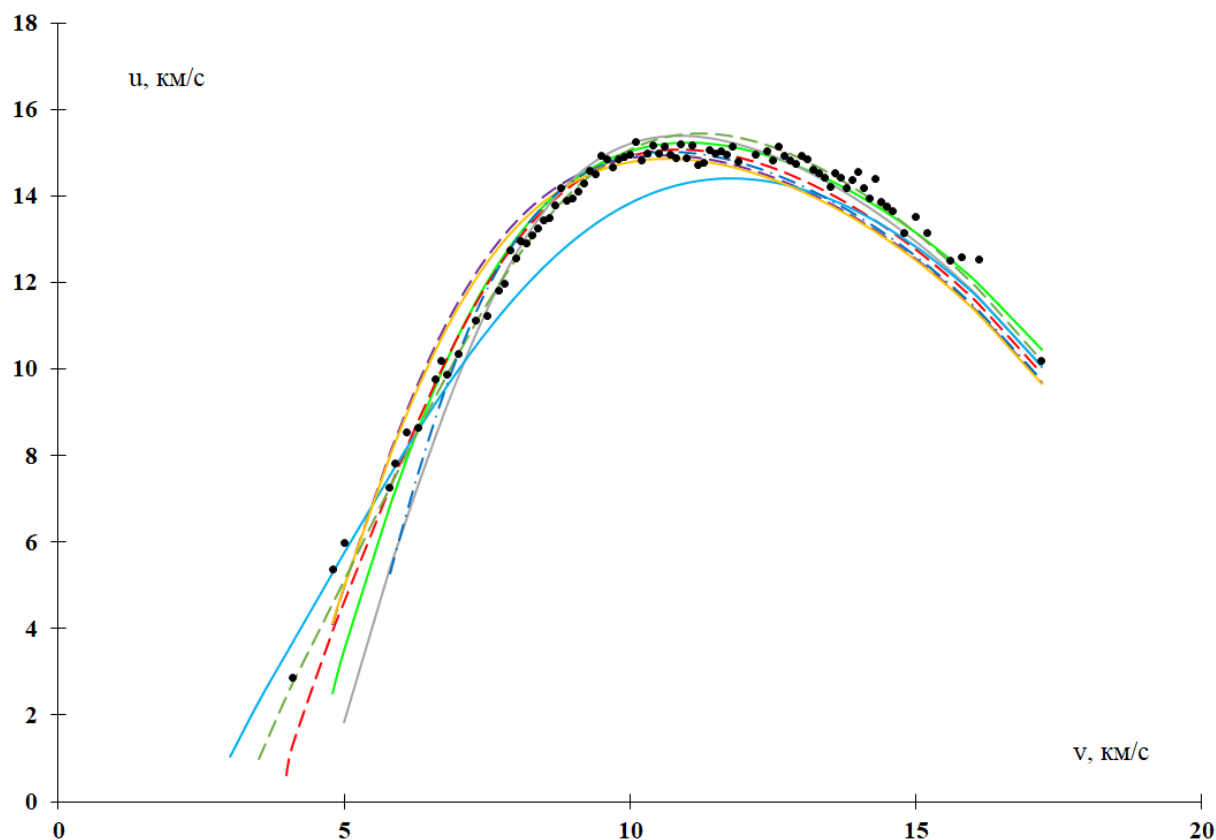


Рис. 8. Экспериментальная зависимость скорости вихря вдоль доменной границы u от скорости движения доменной границы v (черные точки) и аппроксимирующие функции $u(v)$, вычисленные по формуле $u(v) = \sqrt{w^2(v) - v^2}$, где $w(v) = \frac{c \cdot v^4}{v^4 + c^4 \cdot a_4}$, где $a_4 = 0,0072$ (фиолетовая штриховая кривая); $w(v) = \frac{c \cdot v^4}{v^4 + c \cdot v^3 \cdot a_{43} + c^4 \cdot a_{40}}$, где $a_{43} = -0,02$, $a_{40} = 0,0092$ (салатовая кривая); $w(v) = c \sqrt{\frac{v^5}{v^5 + c^5 \cdot b_5}}$, где $b_5 = 0,0075$ (красная штриховая кривая); $w(v) = \frac{c \cdot v^3}{\sqrt{v^6 + c^6 \cdot d_3}}$, где $d_3 = 0,0032$ (красная кривая); $w(v) = c \left(1 - e^{-\frac{v^2}{c^2 f_2}}\right)$, где $f_2 = 0,13$ (голубая кривая); $w(v) = c \cdot \ln\left(\frac{e\left(\frac{v}{c}\right)^2 + t_4}{\left(\frac{v}{c}\right)^2 + t_4}\right)$, где $t_4 = 0,012$ (оранжевая кривая); $w(v) = c \cdot \text{th}\left(\left(\frac{v}{c}\right)^2 \cdot p_2\right)$, где $p_2 = 6$ (зеленая штриховая кривая); $w(v) = \frac{2c}{\pi} \cdot \text{arctg}\left(\left(\frac{v}{c}\right)^4 \cdot h_4\right)$, где $h_4 = 100$ (синяя штрихпунктирная кривая).

Поскольку $u(v) = \sqrt{w^2(v) - v^2}$, может существовать область значений скоростей доменной границы $v < v_{cr}$, где функция $u(v)$ неопределена (рис. 8). Значения v_{cr} , вычисленные для разных видов функций $w(v)$, показаны в правой колонке Таблицы 2. Почти все эти значения близки к 4 км/с – величине скорости звука в ортоферрите иттрия.

Таким образом, вид зависимости $u(v)$ и наличие критической скорости v_{cr} по сути является косвенным доказательством того, что АФМ вихри не могут существовать внутри ДГ, если она движется со скоростью меньшей или равной скорости звука.

2.4. Обсуждение результатов

Безусловно, вывод, который сделан на основе подбора аппроксимирующих функций, нельзя считать строгим. Однако наличие некоторой критической скорости движения доменной границы, ограничивающей область существования АФМ вихрей внутри нее, следует из целого ряда экспериментов.

Известно, что при изменении скорости движения ДГ меняется ее видимая ширина (рис. 9), а следовательно, и ее внутренняя структура [16]. Ранее было отмечено, что генерация вихрей внутри ДГ происходит при локальном торможении границы, движущейся со сверхзвуковой скоростью ($v=12$ км/с). Изменение скорости доменной границы ведет к изменению скорости вихря. При уменьшении скорости границы до скорости звука, ее видимая ширина резко уменьшается, следовательно, меняется ее структура, что может приводить к исчезновению АФМ вихрей. При уменьшении скорости движения ДГ ниже скорости звука, видимая ширина границы возрастает, но ее величина отличается от той, которую имела граница при движении со скоростью, превышающей звуковую. Это свидетельствует об изменении структуры ДГ при преодолении ей звукового барьера. Этот факт также косвенно подтверждается наличием горизонтального участка на

зависимости скорости движения доменной границы от величины внешнего магнитного поля, когда скорость движения границы равна скорости звука [3, 6]: при разгоне доменной границы до скорости звука энергия внешнего магнитного поля в некотором интервале полей идет не на ускорение доменной границы, а на изменение ее внутренней структуры, и только после окончания этого преобразования скорость движения границы резко меняется с 4 до 12 км/с [6].

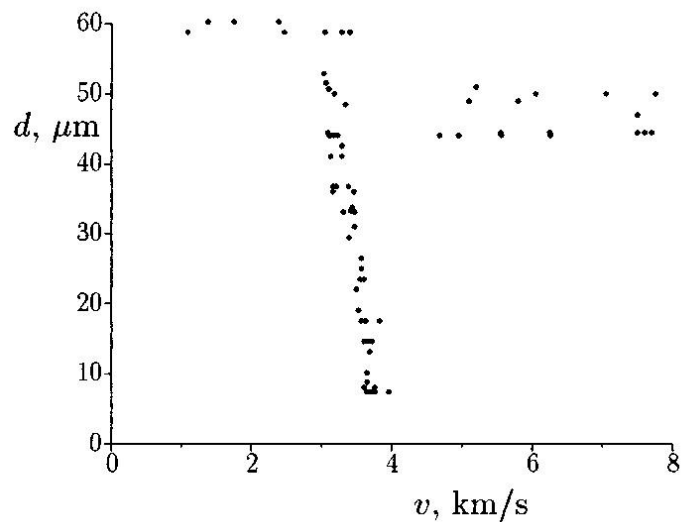


Рис. 9. Зависимость видимой ширины доменной границы от скорости ее движения [16].

Следует отметить, что авторы работы [16] исследовали динамику ДГ *ab* типа, видимая ширина которой при достижении скорости звука (4 км/с) уменьшается от 60 до 8 мкм. Исследования динамики АФМ вихрей, представленные в работах [7, 12], проводили на ДГ *ac* типа, видимая ширина которой в статике составляет около 3 мкм. Очевидно, что для наблюдения изменения видимой ширины динамической ДГ в этом случае, пространственного разрешения магнитооптики, которое составляет порядка 1 мкм, явно недостаточно. Поэтому для проведения экспериментов, аналогичных описанным в работе [16], необходимо увеличение пространственного разрешения. Один из способов решения этой проблемы – использование дифракции света на доменной границе.

Другая серия экспериментов, косвенно подтверждающих невозможность существования АФМ вихрей внутри ДГ, если она движется со скоростью равной или меньшей скорости звука, посвящена исследованиям взаимодействия уединенной волны, сопровождающей АФМ вихрь и движущейся вдоль ДГ, скорость которой превышает скорость звука, с той частью границы, которая еще не преодолела звуковой барьер [17, 18].

В работе [17] было показано, что угол наклона переднего фронта уединенной волны, сопровождающей динамический АФМ вихрь и движущейся вдоль сверхзвуковой части ДГ, не зависит от расстояния между этой волной и той частью границы, которая движется со скоростью звука, если это расстояние превышает 30 мкм. При приближении уединенной волны к звуковой части ДГ угол наклона переднего фронта уменьшается, что косвенно свидетельствует об изменении структуры доменной границы. Авторы работы [18] наблюдали отражение уединенной волны, сопровождающей АФМ вихрь и движущейся вдоль сверхзвуковой части ДГ от той части, которая еще продолжает двигаться со скоростью звука. Уединенная волна, сопровождающая АФМ вихрь, не переходит на ту часть ДГ, которая движется со скоростью звука, а остается на сверхзвуковой части границы, и меняет направление движения на противоположное.

Иначе говоря, несмотря на невозможность экспериментально наблюдать изменение внутренней структуры динамической доменной границы ортоферрита иттрия, ранее было показано [17, 18], что АФМ вихри внутри ДГ не могут существовать, если ее скорость меньше или равна скорости звука. Аналогичный вывод можно сделать, используя функцию, аппроксимирующую экспериментальные данные по динамике АФМ вихрей внутри ДГ ортоферрита иттрия. Рассматривая разные виды функций, которые аппроксимируют зависимость полной скорости движения вихря от скорости движения доменной границы, и зная связь между скоростью вихря вдоль доменной границы, полной скоростью вихря и скоростью границы, была подобрана зависимость скорости вихря вдоль доменной границы от скорости

самой границы $u(v)$. Для разного вида аппроксимирующей функции и числа подгоночных параметров для всех видов рассмотренных функций была получена величина критической скорости доменной границы v_{cr} , которая ограничивает область определения функции $u(v)$: если скорость движения доменной границы $v < v_{cr}$, функция $u(v)$ не определена. Следует отметить, что величина v_{cr} для разных видов аппроксимирующих функций близка к скорости звука в ортоферритах.

ГЛАВА 3. ЗАДАЧА О ДИФРАКЦИИ НА ЩЕЛИ И ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ЕЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ ДОМЕННОЙ ГРАНИЦЫ С ВЫСОКИМ ПРОСТРАНСТВЕННЫМ РАЗРЕШЕНИЕМ

В Главе 2 была отмечена необходимость исследования динамики ДГ с высоким пространственным разрешением. Известно, что пространственное разрешение магнитооптических методов ограничено длиной волны света. Использование дифракции света позволяет улучшить пространственное разрешение магнитооптических методов. Впервые дифракцию света на полосовой доменной структуре ортоферрита иттрия наблюдали авторы работы [19]. В работах [20, 21] дифракция света на лабиринтной доменной структуре феррита-граната была использована для увеличения пространственного разрешения установки для исследования импульсного перемагничивания. Поскольку перемагничивание может быть вызвано не только импульсным магнитным полем, но и импульсами света [20], увеличение пространственного разрешения магнитооптических методов более чем на порядок открывает принципиально новые экспериментальные возможности.

Улучшение пространственного разрешения при использовании дифракции света на лабиринтной доменной структуре связано с тем, что, анализируя изменение параметров дифракционной картины (интенсивность света в определенном максимуме, расстояние между ними и т.д.), можно сделать выводы о поведении доменной структуры. Однако не всегда интерпретация полученных результатов может быть однозначна. Известно, что мощный световой импульс может влиять на оптические свойства материала, меняя контраст доменной структуры.

В настоящем разделе классическая задача о дифракции света на «черно-белой» щели будет обобщена на случай «серой» щели. Кроме того, будут рассмотрены потенциальные возможности использования результатов расчетов для исследования динамики доменной границы с высоким пространственным разрешением в прозрачных ферромагнетиках.

3.1 Задача о дифракции на «черно-белой» щели

Известно, что решить задачу дифракции – это значит найти распределение освещенности на экране в зависимости от размеров и формы препятствий, вызывающих дифракцию света [22].

Рассмотрим задачу о дифракции на прямоугольном отверстии, длина которого значительно больше ширины. Считается, что при ширине в 0,01-0,02 мм длина щели в несколько миллиметров может быть рассмотрена как бесконечная. Поскольку при исследовании динамики единственной доменной границы ас типа в ортоферрите иттрия видимая ширина границы около 3 мкм, а наблюдаемая область в несколько сот раз больше, результаты расчетов дифракции на щели, которые будут приведены ниже, могут быть использованы для исследования динамики доменной границы с высоким пространственным разрешением.

На рис. 10(а) показано распространение света через бесконечно длинную щель MN, которая имеет ширину b . Дифракционная картина формируется на экране PP'. Известно, что оптические свойства среды характеризует коэффициент пропускания α :

$$\alpha = \frac{I_{out}}{I_{in}}$$

Здесь I_{in} и I_{out} – интенсивности падающего и прошедшего света соответственно. Щель будем считать черно-белой, если в центре щели коэффициент пропускания $\alpha=1$, а по краям $\alpha=0$ (рис. 10(б)).

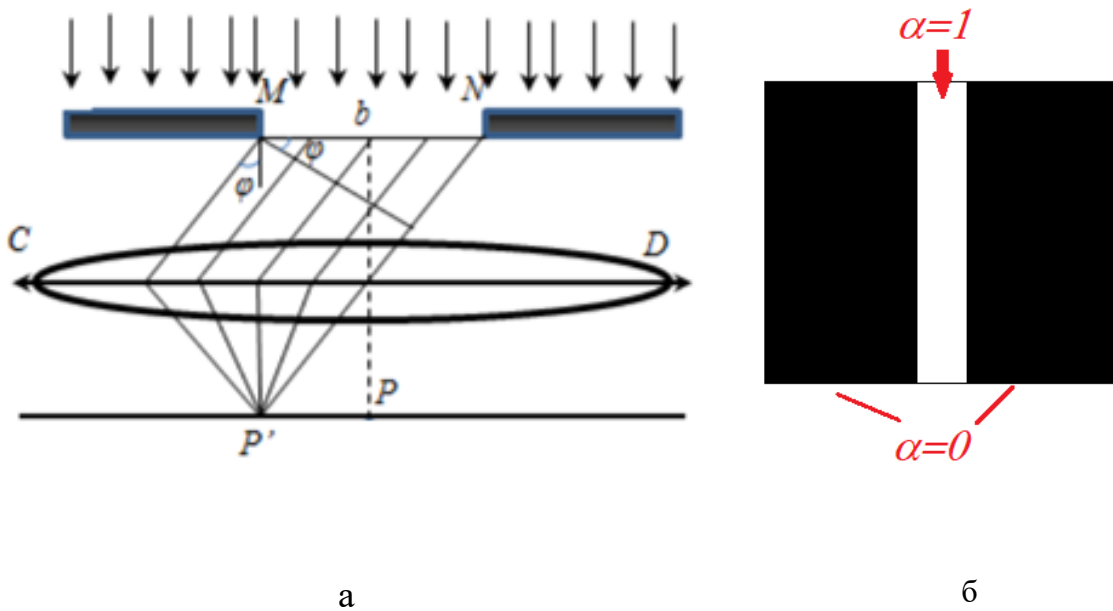


Рис. 10. Дифракция света на черно-белой щели, ширина которой равна b .

Распределение интенсивности света при дифракции света в зависимости от угла φ имеет вид [22]:

$$y(\varphi) = \frac{I_\varphi}{I_0} = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot \sin \varphi\right)^2} \quad (12)$$

Пусть ($b=3$ мкм, $\lambda = 0,6$ мкм), если $x = \sin \varphi$, то выражение (12) будет иметь вид:

$$y(x) = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot x\right)}{\left(\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot x\right)^2} \quad (13)$$

На рис. 11 (а) представлена зависимость относительной интенсивности света при дифракции на щели от $x = \sin \varphi$ и пример наблюдаемой дифракционной картины [23]. Видно, что максимальная интенсивность наблюдается в центре дифракционной картины. Первый максимум интенсивности слабее нулевого и составляет 4,5 % от его интенсивности [22]. Поскольку второй и последующий максимумы будут еще слабее, в первую очередь интерес представляют нулевой и первый максимумы.

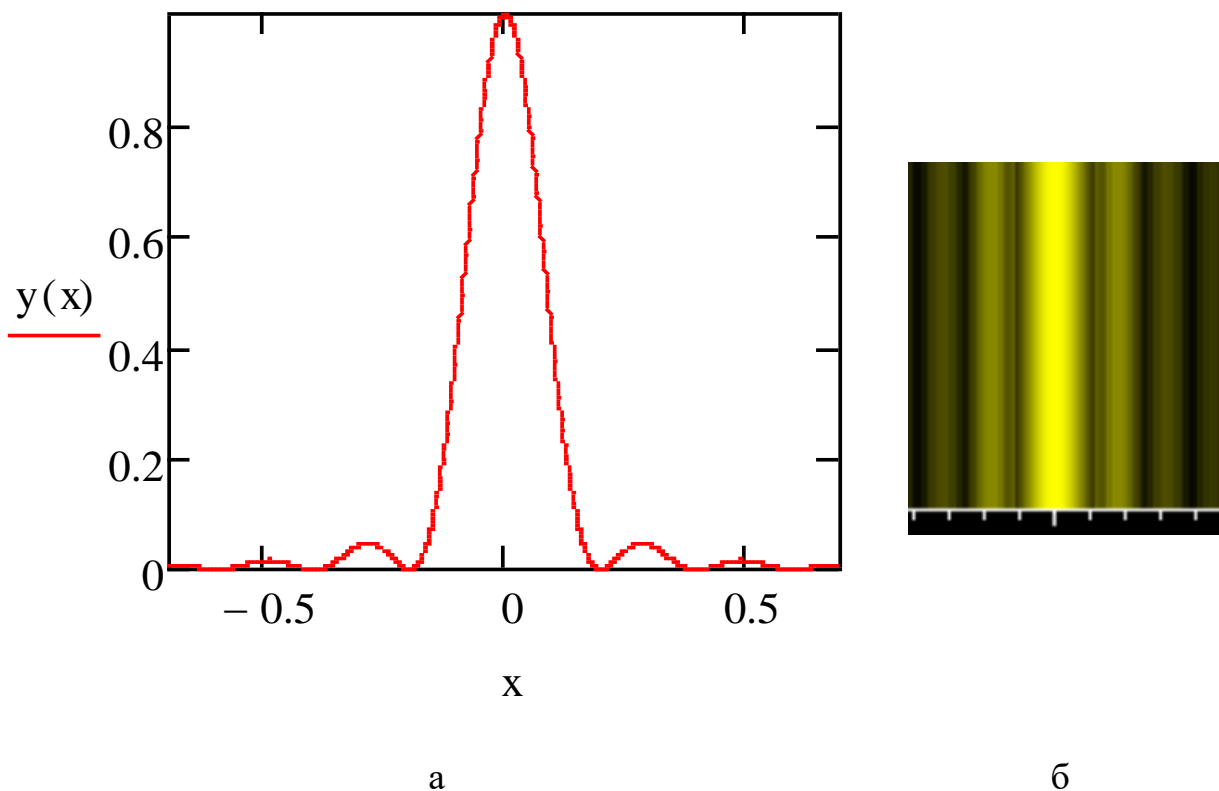


Рис. 11. Зависимость относительной интенсивности света y при дифракции на щели от $x = \sin \varphi$ – (а). Пример дифракционной картины, наблюдаемой на щели – (б) [23].

Если ширина щели меняется, изменяется и положение первого максимума. На рис. 12 в разных масштабах представлены зависимости относительной интенсивности света при дифракции на щели от $x = \sin \varphi$. Все кривые подчиняются соотношению (13) $\lambda = 0,6$ мкм, $b=3$ мкм (красная кривая), $b=2.5$ мкм (синяя кривая), $b=3.5$ мкм (зеленая кривая).

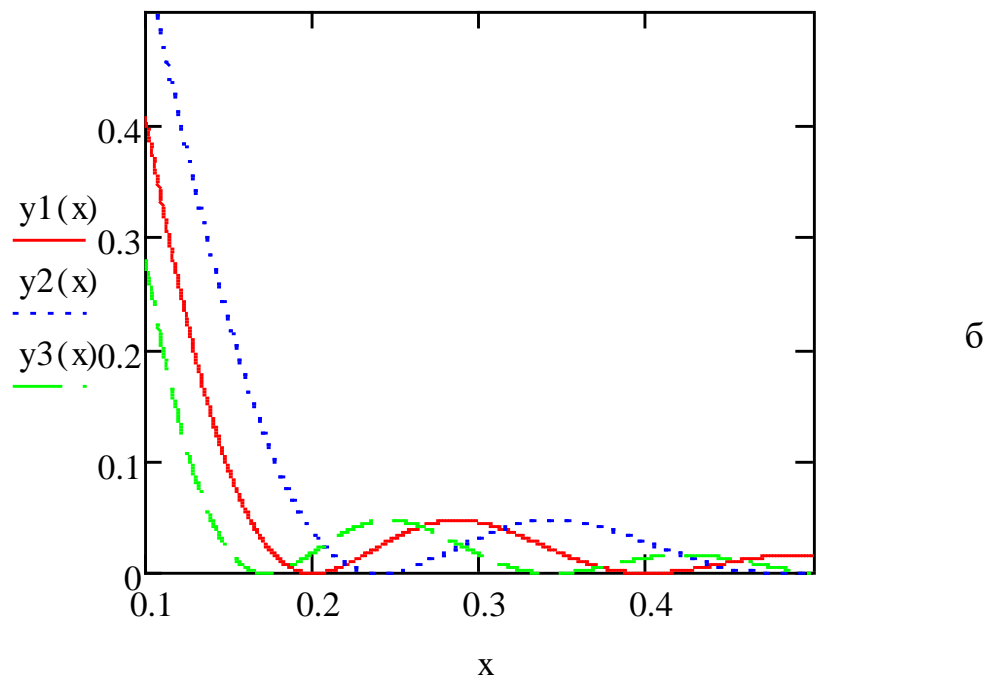
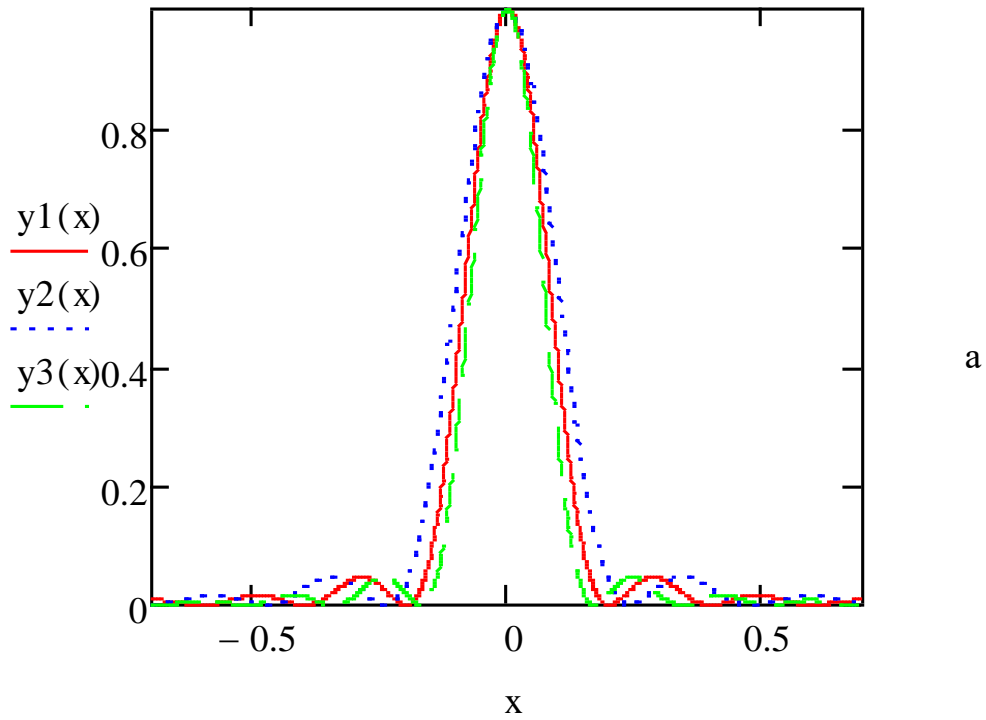


Рис. 12. Зависимость относительной интенсивности света при дифракции на щели от $x = \sin \varphi$. Все кривые подчиняются соотношению (13) $\lambda = 0,6$ мкм, $b=3$ мкм (красная кривая), $b=2.5$ мкм (синяя кривая), $b=3.5$ мкм (зеленая кривая).

Положение минимума n-ого порядка определяется соотношением:

$$x_n^{min} = \frac{\lambda \cdot n}{b}, n = 1, 2, \dots \quad (14)$$

Положение первого (x_1^{min}) и второго (x_2^{min}) минимумов для разных значений ширины щели b представлены в таблице А. Если экран находится на расстоянии 20 см от щели, то изменение значения x на 0,006 приводит к изменению положения минимума на 1,2 мм. Таким образом, при указанных выше исходных значениях b и λ можно фиксировать изменение ширины щели с точностью до 0,1 мкм.

Таблица 3. Положения первого (x_1^{min}) и второго (x_2^{min}) минимумов для разных значений ширины щели b .

b , мкм	x_1^{min}	x_2^{min}
2,5	0,24	0,48
2,6	0,231	0,462
2,7	0,222	0,444
2,8	0,214	0,429
2,9	0,207	0,414
3	0,2	0,4
3,1	0,194	0,387
3,2	0,188	0,375
3,3	0,181	0,364
3,4	0,176	0,353
3,5	0,171	0,343

3.1.1 Изменение дифракционной картины при смещении доменной границы.

Для исследования динамики доменных границ в прозрачных ферромагнетиках можно использовать методы высокоскоростной фотографии на основе эффекта Фарадея [24, 25, 26]. Изменяя задержку между импульсом тока и импульсом света, можно определить зависимость смещения границы от

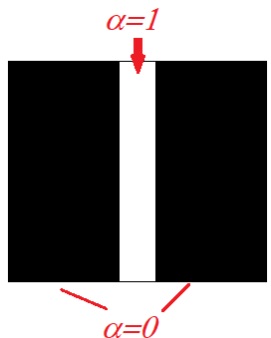
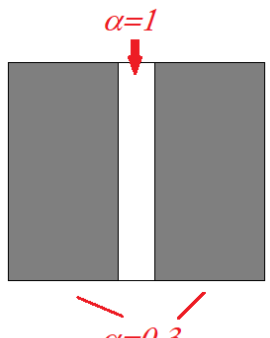
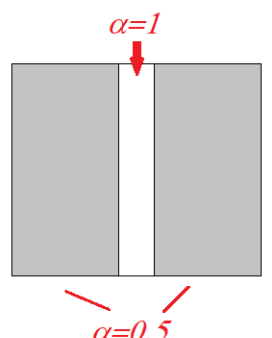
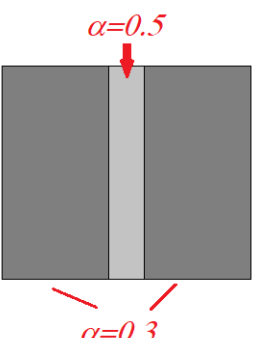
времени для фиксированной величины импульсного магнитного поля. Анализируя эту кривую, можно получить зависимость скорости движения ДГ от времени и от ее координаты относительно положения равновесия.

Если рассматривать ДГ как щель, на которой происходит дифракция света, то очевидно, что смещение ДГ из положения равновесия приводит к смещению нулевого максимума. Если ранее при фиксированной амплитуде импульса магнитного поля была определена зависимость скорости движения ДГ от времени задержки между импульсом магнитного поля и импульсом света, то теперь, зная время задержки, можно определить скорость движения ДГ в этой точке. Сравнивая положение первых минимумов на дифракционных картинах, полученных в статике и в динамике, можно получить зависимость ширины ДГ от скорости ее движения с точностью 0,1 мкм.

3.2 Задача о дифракции на «серой» щели

Ранее была рассмотрена задача о дифракции на щели, схематично представленной в колонке А в Таблице 4. В этом случае свет полностью проходит через центр щели (коэффициент пропускания $\alpha=1$) и блокируется на краях ($\alpha=0$). Рассмотрим дифракцию на щелях ширины b , показанных в столбцах Б, В и Г Таблицы 4.

Таблица 4

А	Б	В	Г
			

Будем считать, что «серую» щель можно представить как суперпозицию трех сред: абсолютно прозрачной (коэффициент пропускания $\alpha=1$), абсолютно непрозрачной ($\alpha=0$) и классической черно-белой щели (рис. 13). Пусть I_0 – интенсивность падающего света, I_1 и I_2 – интенсивности света, прошедшего через полностью прозрачную и непрозрачную среды соответственно, I_3 – интенсивность света, прошедшего через черно-белую щель, $\alpha_{кр}$ и $\alpha_{щ}$ – коэффициенты пропускания краев и середины рассматриваемой щели.

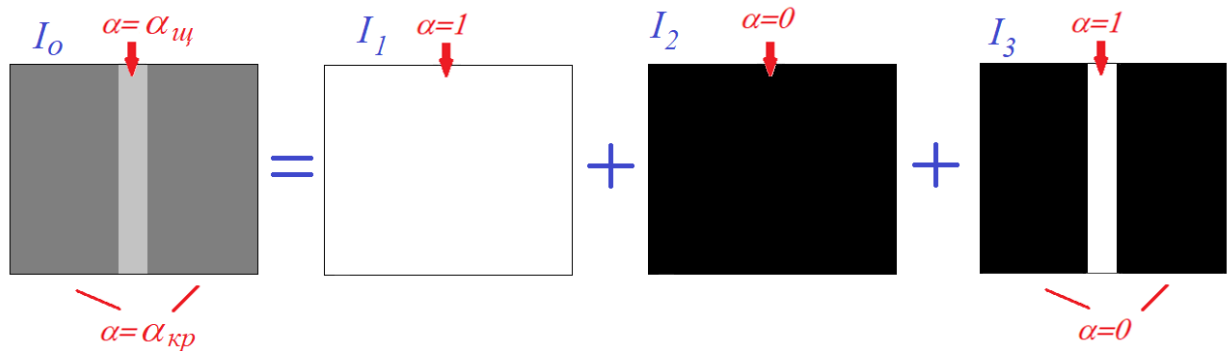


Рис. 13. «Серая» щель как суперпозиция трех сред: абсолютно прозрачной (коэффициент пропускания $\alpha=1$), абсолютно непрозрачной ($\alpha=0$), и классической черно-белой щели. I_0 – интенсивность падающего света, I_1 и I_2 – интенсивности света, прошедшего через полностью прозрачную и непрозрачную среды соответственно, I_3 – интенсивность света, прошедшего через черно-белую щель, $\alpha_{кр}$ и $\alpha_{щ}$ – коэффициенты пропускания краев и середины рассматриваемой щели.

Перед началом расчета дифракционной картины для каждого случая определим долю интенсивности света, проходящего через каждую из сред. Интенсивность падающего света:

$$I_0 = I_1 + I_2 + I_3 \quad (15)$$

Интенсивность света, прошедшего через край щели:

$$I_{кр} = I_1 \quad (16)$$

Интенсивность света, прошедшего через середину щели:

$$I_{щ} = I_1 + I_3 \quad (17)$$

Для решетки, представленной в столбце Б Таблицы 4, уравнения (15) – (17) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} I_0 &= I_1 + I_2 + I_3 \\ I_{кр} &= I_1 = 0.3 \cdot I_0 \\ I_{щ} &= I_1 + I_3 = I_0 \end{aligned} \quad (18)$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} I_3 &= 0.7 \cdot I_0 \\ I_2 &= 0 \end{aligned} \quad (19)$$

Таким образом, имеем рис. 14.

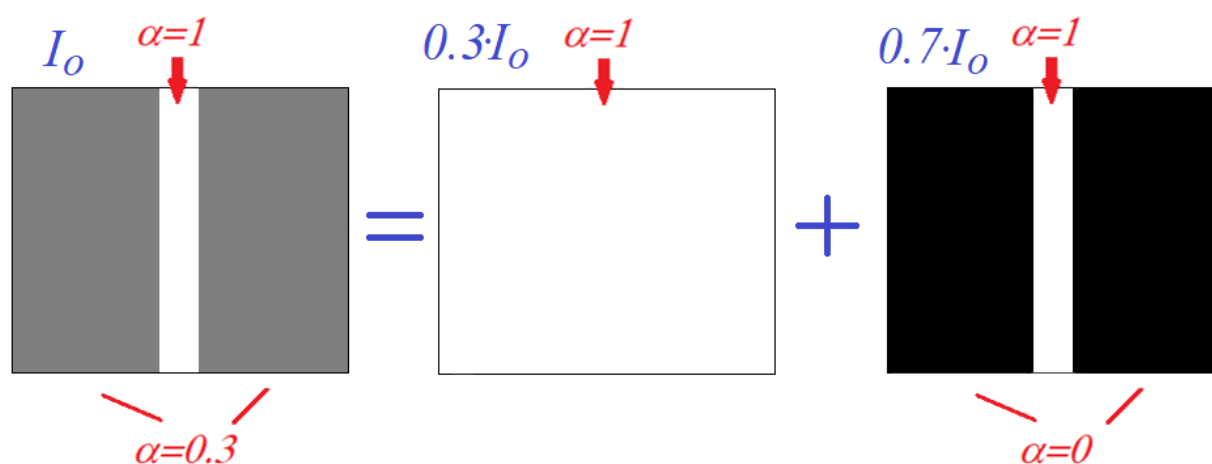


Рис. 14. «Серая» щель (столбец Б Таблицы 4) как суперпозиция двух сред: абсолютно прозрачной (коэффициент пропускания $\alpha=1$) и черно-белой решетки. I_0 – интенсивность падающего света.

Таким образом, относительная интенсивность света, прошедшего через щель, которая представлена на рис. 14, имеет вид:

$$y(x) = 0.3 + 0.7 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot x\right)}{\left(\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot x\right)^2} \quad (20)$$

На рис. 15 представлены зависимости относительной интенсивности света, прошедшего через черно-белую щель – красная кривая (уравнение (13)), и света, прошедшего через щель, представленную на рис. 14 – синяя кривая (уравнение (20)). Расчеты сделаны для $b=3$ мкм, $\lambda = 0,6$ мкм, если $x = \sin \varphi$.

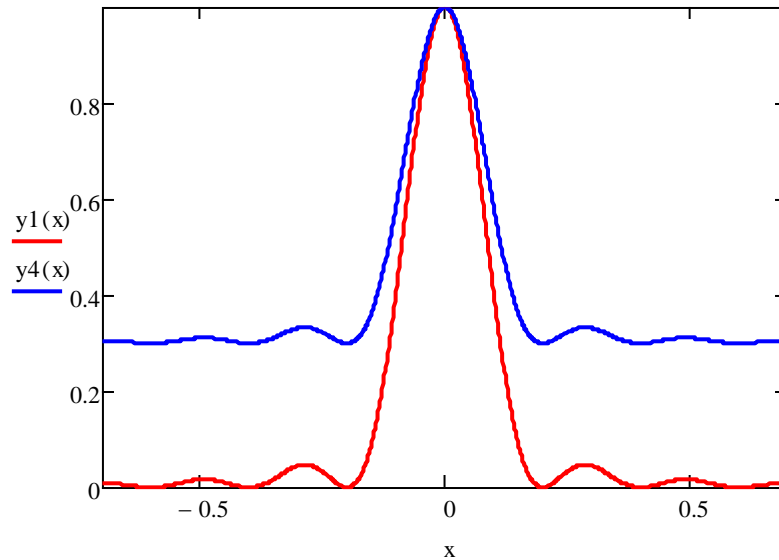


Рис. 15. Зависимости относительной интенсивности света, прошедшего через черно-белую щель – красная кривая (уравнение (13)) и света, прошедшего через щель, которая представлена на рис. 14 – синяя кривая (уравнение 20). Расчеты сделаны для $b=3$ мкм, $\lambda = 0,6$ мкм, если $x = \sin \varphi$.

Из рисунка 15 видно, что относительная интенсивность в нулевом максимуме для обеих кривых наибольшая и равна 1. Положение первого минимума не меняется, т.к. значения b и λ фиксированы. Первый максимум на синей кривой менее заметный, чем на красной. Наименьшее значение относительной интенсивности для синей кривой составляет 0,3.

Для решетки, представленной в столбце В Таблицы 4, уравнения (15) – (17) будут иметь вид:

$$\begin{aligned}
 I_0 &= I_1 + I_2 + I_3 \\
 I_{\text{кр}} &= I_1 = 0.5 \cdot I_0 \\
 I_{\text{щ}} &= I_1 + I_3 = I_0
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned}
 I_3 &= 0.5 \cdot I_0 \\
 I_2 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

Таким образом, имеем рис. 16.

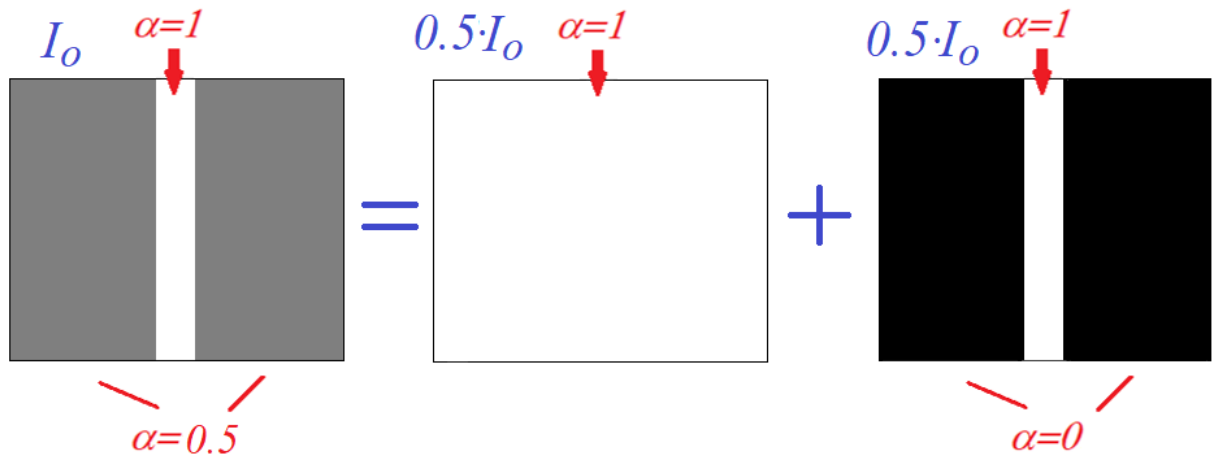


Рис. 16. «Серая» щель (колонка В Таблицы 4) как суперпозиция двух сред: абсолютно прозрачной (коэффициент пропускания $\alpha=1$) и черно-белой щели. I_0 – интенсивность падающего света.

Таким образом, относительная интенсивность света, прошедшего через щель, которая представлена на рис. 16, имеет вид:

$$y(x) = 0.5 + 0.5 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot x\right)}{\left(\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot x\right)^2} \quad (23)$$

На рис. 17 представлены зависимости относительной интенсивности света, прошедшего через черно-белую щель – красная кривая (уравнение (13)), и света, прошедшего через щель, представленную на рис. 17 – зеленая кривая (уравнение (23)). Расчеты сделаны для $b=3$ мкм, $\lambda = 0,6$ мкм, если $x = \sin \varphi$.

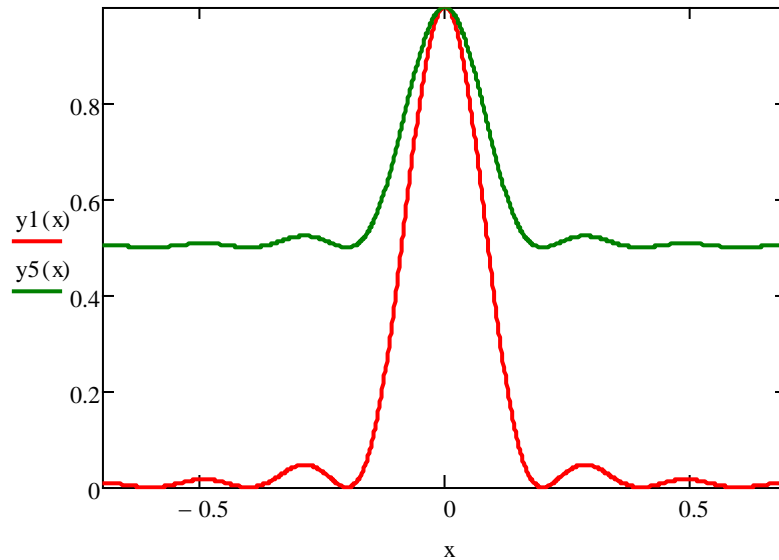


Рис. 17. Зависимости относительной интенсивности света, прошедшего через черно-белую щель – красная кривая (уравнение (13)) и света, прошедшего через щель, которая представлена на рис. 16 – зеленая кривая (уравнение (23)). Расчеты сделаны для $b=3$ мкм, $\lambda = 0,6$ мкм, если $x = \sin \varphi$.

Из рисунка 17 видно, что относительная интенсивность в нулевом максимуме для обеих кривых наибольшая и равна 1. Положение первого минимума, так же, как и в предыдущем случае, не меняется, т.к. значения b и λ фиксированы. Первый максимум на зеленой кривой менее заметный, чем на синей (рис. 15). Наименьшее значение относительной интенсивности для зеленой кривой составляет 0,5.

Для решетки, представленной в столбце Г Таблицы 4, уравнения (15) – (17) будут иметь вид:

$$\begin{aligned}
 I_0 &= I_1 + I_2 + I_3 \\
 I_{\text{кр}} &= I_1 = 0.3 \cdot I_0 \\
 I_{\text{щ}} &= I_1 + I_3 = 0.5 \cdot I_0
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned}
 I_3 &= 0.2 \cdot I_0 \\
 I_2 &= 0.5 \cdot I_0
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

Таким образом, имеем рис. 18.

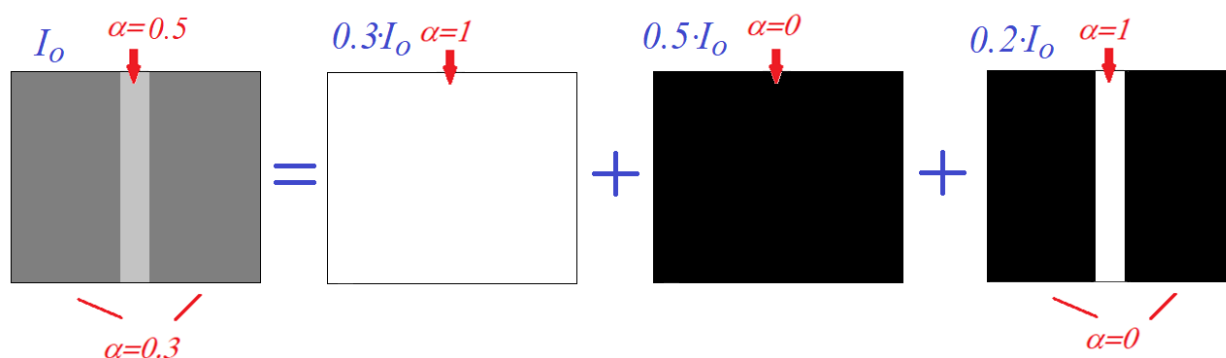


Рис. 18. «Серая» щель как суперпозиция трех сред: абсолютно прозрачной (коэффициент пропускания $\alpha=1$), абсолютно непрозрачной ($\alpha=0$) и черно-белой щели. I_0 – интенсивность падающего света.

Относительная интенсивность света, прошедшего через щель, которая представлена на рис. 18, имеет вид:

$$y(x) = 0.3 + 0.2 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot x\right)}{\left(\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot x\right)^2} \quad (26)$$

На рис. 19 представлены зависимости относительной интенсивности света, прошедшего через черно-белую щель – красная кривая (уравнение (13)), и света, прошедшего через щель, представленную на рис. 18 – серая кривая (уравнение (26)). Расчеты сделаны для $b=3$ мкм, $\lambda = 0,6$ мкм, если $x = \sin \varphi$.

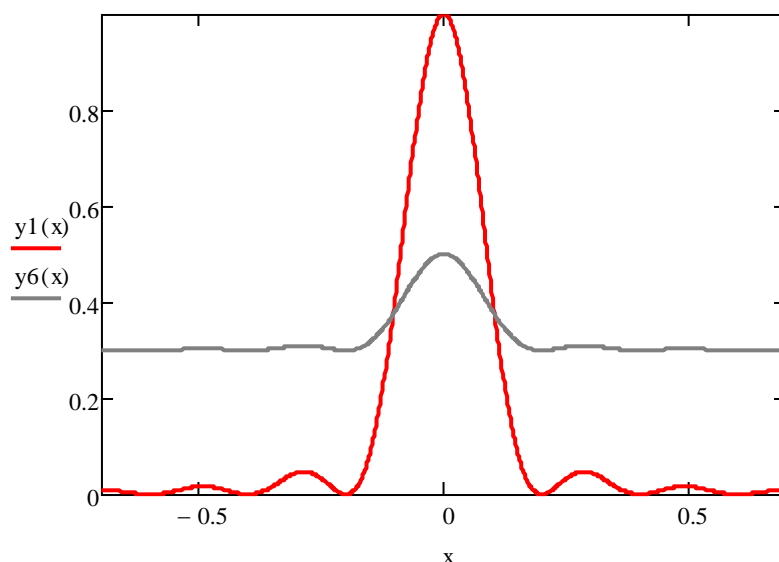


Рис. 19. Зависимости относительной интенсивности света, прошедшего через черно-белую щель – красная кривая (уравнение (13)) и света, прошедшего через щель, которая представлена на рис. 18 – серая кривая (уравнение (26)). Расчеты сделаны для $b=3$ мкм, $\lambda = 0,6$ мкм, если $x = \sin \varphi$.

Из рисунка 19 видно, что относительная интенсивность в нулевом максимуме для обеих кривых наибольшая, но для серой кривой она равна 0,5, а для красной – 1. Положение первого минимума, так же, как и в предыдущих случаях, не меняется, т.к. значения b и λ фиксированы. Первый максимум на серой кривой менее заметный, чем на синей (рис. 15) или на зеленой (рис. 17). Наименьшее значение относительной интенсивности для серой кривой составляет 0,3.

В рассмотренных выше случаях положения нулевого максимума и первого минимума были стабильны, а значения относительных интенсивностей света изменялись. В реальном эксперименте, как правило, приходится решать обратную задачу – по изменению относительной интенсивности света нулевого максимума и первого минимума необходимо сделать вывод об изменении оптических свойств среды. Эти изменения могут быть вызваны, например, мощным оптическим импульсом. Таким образом, используя дифракцию в методе накачка-зондирование, можно объединить

высокое пространственное разрешение, которое позволяет получить дифракция, и традиционно высокое временное разрешение метода накачка-зондирование. Следует отметить, что объединение дифракции на лабиринтной доменной структуре пленки феррита-граната и метода накачка-зондирование уже было использовано авторами работы [20]. В этой работе скорость движения доменных границ не превышала 10 м/с. В ортоферрите иттрия скорость движения ДГ может достигать 20 км/с [6]. В настоящей работе рассматривается дифракция на щели, прототипом такой щели может стать доменная граница. Положение равновесия доменной границы можно зафиксировать с помощью градиентного магнитного поля [24, 25, 26], а управлять ее движением можно или импульсным магнитным полем, или оптическим импульсом. Именно в последнем случае особенно важно определять не только изменение ширины доменной границы, но и изменение оптических свойств среды после воздействия импульса накачки.

3.3. Обсуждение результатов

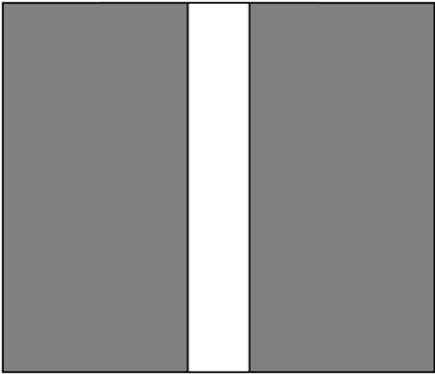
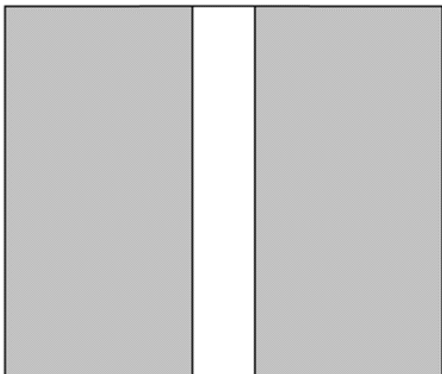
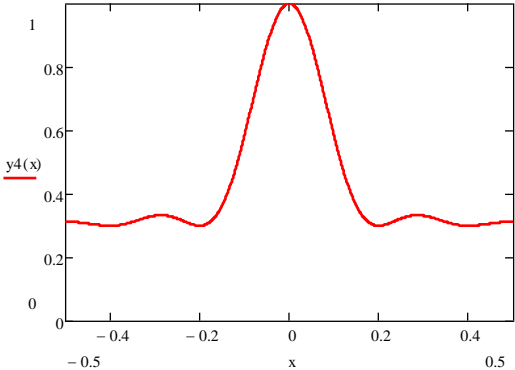
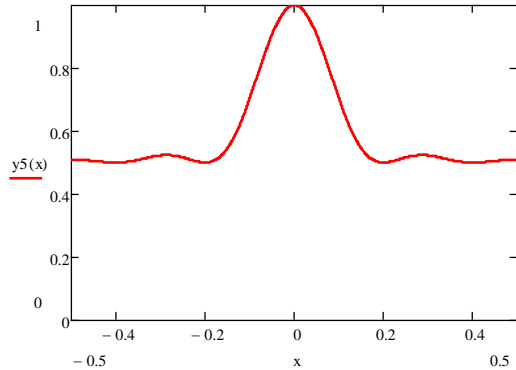
Распределение интенсивности для разных видов серых решеток, рассмотренных в предыдущем разделе, можно использовать для решения задачи, обратной по отношению к рассмотренной выше: зная относительные интенсивности света в нулевом максимуме y_0^{max} и в первом минимуме y_1^{min} до и после возбуждения, определим значения $\frac{I_1}{I_0}$ и $\frac{I_2}{I_0}$ и $\frac{I_3}{I_0}$, где величины интенсивностей I_0, I_1, I_2, I_3 определены в выражении (15).

3.3.1. Пример 1

Предположим, что до и после возбуждения относительные интенсивности дифракционных картин, полученных при одинаковых условиях съемки, имели вид, представленный в средней части Таблицы 5. Из кривых можно получить значения относительной интенсивности в нулевом

максимуме y_0^{max} и первом минимуме y_1^{min} (см. две последние строки Таблицы 5).

Таблица 5. Дифракция света на щели до и после возбуждения: начальные условия.

	Вид доменной структуры	
	До возбуждения	После возбуждения
		
		
y_0^{max}	1	1
y_1^{min}	0.3	0.5

Используя соотношение (15), имеем

$$1 = \frac{I_1}{I_0} + \frac{I_2}{I_0} + \frac{I_3}{I_0} \quad (27)$$

Значение относительной интенсивности в нулевом максимуме y_0^{max} имеет вид:

$$y_0^{max} = \frac{I_1}{I_0} + \frac{I_3}{I_0} \quad (28)$$

Следовательно, из уравнения (27) имеем:

$$\frac{I_2}{I_0} = 1 - \frac{I_1}{I_0} - \frac{I_3}{I_0} = 1 - y_0^{max} \quad (29)$$

Поскольку

$$y_1^{min} = \frac{I_1}{I_0} \quad (30)$$

Следовательно, объединяя уравнения (28) и (30), получаем:

$$\frac{I_3}{I_0} = y_0^{max} - \frac{I_1}{I_0} = y_0^{max} - y_1^{min} \quad (31)$$

В Таблице 6 представлены результаты расчетов, выполненных используя уравнения (29 – 31). Видно, что значение $\frac{I_2}{I_0}$ до и после возбуждения равно 0, следовательно коэффициент пропускания среды не изменился. Величина $\frac{I_1}{I_0}$ увеличилась с 0,3 до 0,5, края щели стали светлее. Для наблюдения дифракции света на доменной границе изображение двух доменной структуры получают не в «контрасте доменов», а в «контрасте доменной границы». На рис. 20 (а) схематично показано направление намагниченности в соседних доменах. Плоскость поляризации линейно поляризованного света, прошедшего через домены, намагниченность в которых ориентирована вдоль нормали к поверхности образца, поворачивается в противоположных направлениях относительно ориентации главной оси поляризатора. На рис. 20 (б) представлено взаимное расположение главных осей поляризатора (П) и анализатора (А), $\pm\theta$ и $\pm\theta'$ – углы поворота плоскости поляризации линейно поляризованного света после прохождения каждого домена до и после возбуждения соответственно. Поскольку после возбуждения края щели стали светлее, увеличилась вертикальная проекция вектора E в световой волне, прошедшей через образец (см. рис 20(б)), следовательно, уменьшился угол фарадеевского вращения, что может быть следствием уменьшения намагниченности в доменах.

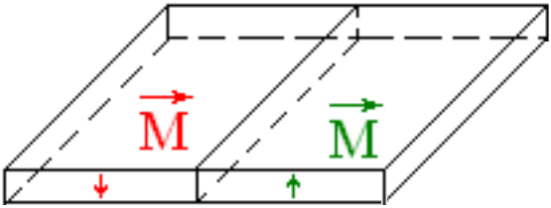
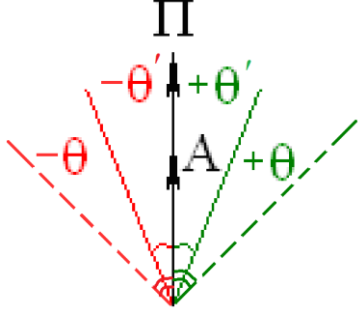

a		<p>Направление намагниченности в соседних доменах.</p>
б		<p>Взаимное расположение главных осей поляризатора (П) и анализатора (А), $\pm\theta$ и $\pm\theta'$ – углы поворота плоскости поляризации линейно поляризованного света после прохождения каждого домена до и после возбуждения соответственно.</p>

Рис. 20. Схема получения изображения двухдоменной структуры в контрасте доменной границы.

Таблица 6. Дифракция света до и после возбуждения: интерпретация результатов.

	Вид доменной структуры		Комментарии
	До возбуждения	После возбуждения	
			
$\frac{I_1}{I_0}$	0.3	0.5	Поскольку края щели стали светлее, увеличилась вертикальная проекция вектора E в световой волне, прошедшей через образец. Это может быть связано с уменьшением угла фарадеевского вращения θ .
$\frac{I_2}{I_0}$	0	0	Коэффициент пропускания среды не изменился
$\frac{I_3}{I_0}$	0.7	0.5	

Таким образом, сравнивая распределение интенсивности для дифракционных картин до и после возбуждения двух доменного образца,

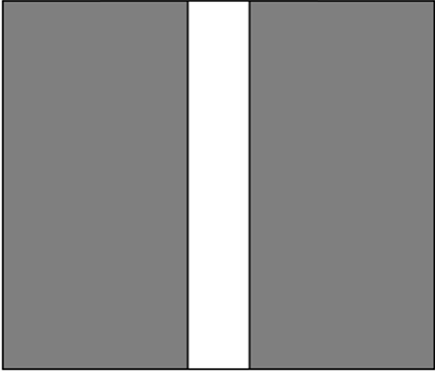
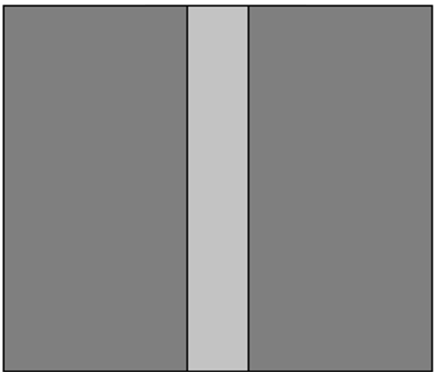
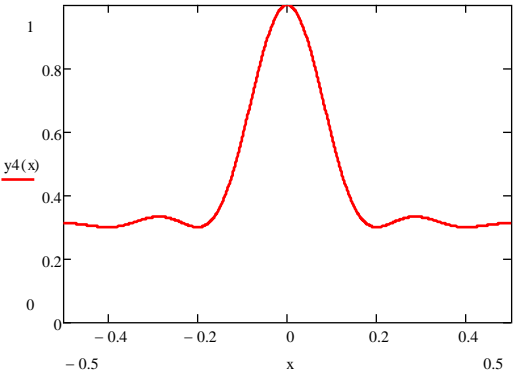
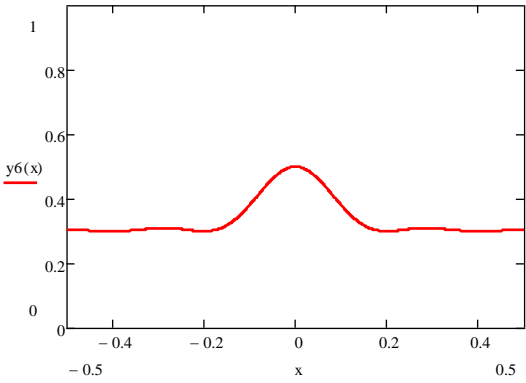
можно получить информацию об изменении коэффициента пропускания среды и угла фарадеевского вращения.

3.3.2. Пример 2

Используя результаты, полученные в разделе 3.2, рассмотрим еще один пример, иллюстрирующий возможности, которые дает использование дифракции при исследовании динамики оптического перемагничивания прозрачных ферромагнетиков.



Предположим теперь, что до и после возбуждения относительные интенсивности дифракционных картин, полученных при одинаковых условиях съемки, имели вид, представленный в средней части Таблицы 7. Из кривых можно получить значения относительной интенсивности в нулевом максимуме y_0^{max} и первом минимуме y_1^{min} (см. две последние строки таблицы).

Таблица 7. Дифракция света до и после возбуждения: начальные условия.

	Вид доменной структуры	
	До возбуждения	После возбуждения
		
		
y_0^{max}	1	0.5
y_1^{min}	0.3	0.3

Выполняя расчеты, аналогичные, представленным в разделе 3.3.1, составим Таблицу 8. Видно, что значение $\frac{I_2}{I_0}$ до и после возбуждения увеличилось от 0 до 0,5, следовательно коэффициент пропускания среды уменьшился (поглощение среды увеличилось). Величина $\frac{I_1}{I_0}$ до и после возбуждения составляла 0,3, края щели не изменили цвет. Следовательно, вертикальная проекция вектора E в световой волне, прошедшей через образец (см. рис. 20(б)), так же не изменилась, а значит, угол фарадеевского вращения тоже не изменился.

Таблица 8. Дифракция света до и после возбуждения: интерпретация результатов.

	Вид доменной структуры		Комментарии
	До возбуждения	После возбуждения	
			
$\frac{I_1}{I_0}$	0.3	0.3	Поскольку края щели не изменили цвет, вертикальная проекция вектора E в световой волне, прошедшей через образец (см. рис. 20(б)), не изменилась, а значит, угол фарадеевского вращения тоже не изменился.
$\frac{I_2}{I_0}$	0	0.5	Коэффициент пропускания среды уменьшился, поглощение среды увеличилось.
$\frac{I_3}{I_0}$	0.7	0.2	

Таким образом, рассмотренные примеры наглядно демонстрируют, что, сравнивая распределение интенсивности для дифракционных картин до и после возбуждения двухдоменного образца, можно получить информацию об изменении коэффициента пропускания среды и угла фарадеевского вращения.

Таким образом, расчеты показали, что в задаче о дифракции на серой щели наиболее информативными являются нулевой максимум и первый минимум, поскольку максимумы и минимумы более высоких порядков практически неразличимы. Сравнивая дифракционную картину на доменной структуре при $t=0$ (в статике) и при $t \neq 0$ (после возбуждения), по положению первого минимума можно получить информацию об изменении ширины динамической доменной границы. Кроме того, сравнивая интенсивности нулевых максимумов и первых минимумов дифракционных картин до и после возбуждения можно получить информацию об изменении оптических свойств среды. Это особенно важно, если динамика ДГ индуцирована светом.

3.4. Выводы

Таким образом, если динамика ДГ вызвана импульсом магнитного поля и максимальное смещение ДГ составляет несколько десятков мкм, зная зависимость смещения доменной границы из положения равновесия от времени задержки между импульсом света и импульсом магнитного поля при фиксированной амплитуде поля, можно получить зависимость скорости движения границы от времени. Сравнивая положение первых минимумов на дифракционных картинах в статике и в динамике, можно получить зависимость ширины ДГ от скорости ее движения с точностью порядка 0,1 мкм.

Если динамика ДГ вызвана мощным оптическим импульсом и смещение ДГ из положения равновесия не превышает нескольких мкм, то сравнивая дифракционные картины до и после возбуждения, можно определить не только изменение ширины ДГ, но и сделать вывод об изменении оптических свойств материала после действия импульса накачки. Этот вывод можно сделать, сравнивая интенсивности света в нулевом максимуме и в первом минимуме на дифракционных картинах, полученных до и после возбуждения.

Таким образом, использование дифракции в высокоскоростной фотографии и в методе накачка-зондирование открывает новые экспериментальные возможности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе с помощью метода наименьших квадратов были подобраны аппроксимирующие функции для экспериментальной зависимости полной скорости антиферромагнитного вихря от скорости движения доменной границы. Используя полученные функции и соотношение между скоростями вихря и доменной границы, были вычислены зависимости скорости вихря вдоль доменной границы u от скорости самой границы v . Было установлено, что, если скорость движения доменной границы меньше некоторой критической величины, зависимость $u(v)$ не определена. Это подтвердило сделанное ранее на основе косвенных экспериментов предположение о невозможности существования антиферромагнитных вихрей внутри доменной границы, если она движется со скоростью меньше скорости звука. Для подтверждения полученного результата в прямом эксперименте была предложена методика, позволяющая улучшить пространственное разрешение магнитооптики. В основе этой методики лежит дифракция света на щели.

Предложенная методика необходима для получения зависимости ширины доменной границы от скорости ее движения. Расчеты показали, что наряду с указанной зависимостью данная методика позволяет сделать выводы об изменении оптических свойств среды после возбуждения.

Полученные результаты являются важным вкладом в изучение физических процессов, происходящих при оптической возбуждении динамической доменной границы в ортоферрите иттрия.

ПРИЛОЖЕНИЕ

№	Вид функции	Аналитическое представление	
1	Дробная рациональная функция	$y = \frac{x}{x + a_1}$	$y = \frac{x^3}{x^3 + a_3}$
		$y = \frac{x^2}{x^2 + a_2}$	$y = \frac{x^4}{x^4 + a_4}$
2	Корень из дробной рациональной функции	$y = \sqrt{\frac{x}{x + b_1}}$	$y = \sqrt{\frac{x^5}{x^5 + b_5}}$
		$y = \sqrt{\frac{x^3}{x^3 + b_3}}$	$y = \sqrt{\frac{x^7}{x^7 + b_7}}$
3	Функция, содержащая корень в знаменателе	$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + d_1}}$	$y = \frac{x^3}{\sqrt{x^6 + d_3}}$
		$y = \frac{x^2}{\sqrt{x^4 + d_2}}$	$y = \frac{x^4}{\sqrt{x^8 + d_4}}$
4	Экспонента	$y = \left(1 - e^{-\frac{x}{f_1}}\right)$	$y = \left(1 - e^{-\frac{x^3}{f_3}}\right)$
		$y = \left(1 - e^{-\frac{x^2}{f_2}}\right)$	$y = \left(1 - e^{-\frac{x^4}{f_4}}\right)$
5	Логарифм натуральный	$y = \ln\left(\frac{ex + t}{x + t}\right)$	$y = \ln\left(\frac{ex^3 + t_3}{x^3 + t_3}\right)$
		$y = \ln\left(\frac{ex^2 + t_2}{x^2 + t_2}\right)$	$y = \ln\left(\frac{ex^4 + t_4}{x^4 + t_4}\right)$
6	Гиперболический тангенс	$y = \text{th}(x \cdot p)$	$y = \text{th}(x^3 \cdot p_3)$
		$y = \text{th}(x^2 \cdot p_2)$	$y = \text{th}(x^4 \cdot p_4)$
7	Арктангенс	$y = \frac{2}{\pi} \arctg(x \cdot h)$	$y = \frac{2}{\pi} \arctg(x^3 \cdot h_3)$
		$y = \frac{2}{\pi} \arctg(x^2 \cdot h_2)$	$y = \frac{2}{\pi} \arctg(x^4 \cdot h_4)$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chetkin M.V., Kurbatova Yu.N., Shapaeva T.B., Boschegovsky O.A. Quasirelativistic, gyroscopic dynamics of antiferromagnetic vortices on quasirelativistic domain wall of an yttrium orthoferrite. *Phys. Lett. A*. 2005. 337. P. 235.
2. Chetkin M.V., Kurbatova Yu.N., Shapaeva T.B. Gyroscopic Dynamics of Antiferromagnetic Vortices in the Orthoferrite Domain Wall. *JMMM*. 2009. 321, № 7. P. 800.
3. Bar'jakhtar V.G., Chetkin M.V., Ivanov B.A., Gadetskiy S.N. Dynamics of Topological Magnetic Solitons. (Springer tracts in modern physics, Berlin), vol. 129, 1994.
4. Рандошкин В.В., Червоненкис А.Я. Прикладная магнитооптика. Энергоатомиздат, Москва, 1990.
5. Четкин М.В., Де ла Кампа А. О предельной скорости движения доменной границы в слабых ферромагнетиках. *Письма в ЖЭТФ*. 1978. 27, № 3. С. 168.
6. Барьяхтар В.Г., Иванов Б.А., Четкин М.В. Динамика доменных границ в слабых ферромагнетиках. *УФН*. 1985, 146, № 3. С. 417.
7. Четкин М.В., Курбатова Ю.Н., Шапаева Т.Б., Борщеговский О.А. Генерация и гироскопическая квазирелятивистская динамика антиферромагнитных вихрей в доменных границах ортоферрита иттрия. *ЖЭТФ*. 2006. 130, № 1(7). С. 181.
8. Екомасов Е.Г., Шабалин М.А. Динамика неелевской доменной границы с «тонкой» структурой в редкоземельных ортоферритах. *ФТТ*. 2001. 43, № 7. С. 1211.
9. Звездин А.К., Звездин К.А. Сила Магнуса и динамика магнитных вихрей в слабых ферромагнетиках. *Краткие сообщения по физике ФИАН*. 2010. № 8. С. 22.

10. Звездин А.К., Звездин К.А. Стационарное движение магнитного вихря под действием силы Магнуса в слабых ферромагнетиках. Краткие сообщения по физике ФИАН. 2010. № 8. С. 33.
11. Chetkin M.V., Kurbatova Yu.N., Shapaeva T.B. Solitary deflection waves on the supersonic domain wall in yttrium orthoferrite. JMMM. 2012. 324. P. 3576.
12. Chetkin M. V., Kurbatova Yu. N., Shapaeva T. B. Dynamics of antiferromagnetic vortices in the domain wall of a canted antiferromagnet – yttrium orthoferrite. JMMM. 2003. 258-259. P. 15.
13. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. Наука. М., 1986.
14. Шапаева Т.Б., Худайгулова Э.Ф. Аппроксимация экспериментальных данных по динамике антиферромагнитных вихрей в доменной границе ортоферрита иттрия. Ученые записки физического факультета. 2022. № 6, 2260501.
15. Четкин М.В., Курбатова Ю.Н., Шапаева Т.Б., Борщеговский О.А. Динамика антиферромагнитных вихрей в доменных границах ортоферрита иттрия. Известия РАН сер. Физическая. 2007. 71, №11. С. 1535.
16. Chetkin M.V., Kurbatova Yu. N., Akhutkina A.I. Resonant near-sound reorientation of the domain wall plane in yttrium orthoferrite. Journal of Appl. Phys. 1996. 79, №8. P. 6132.
17. Chetkin M.V., Kurbatova Yu.N., Shapaeva T.B. Peculiarities of solitary deflection waves dynamics on the domain walls of yttrium orthoferrite. Solid State Phenomena. 2015. 233 – 234. P. 435.
18. Четкин М.В., Курбатова Ю.Н., Шапаева Т.Б., Борщеговский О.А. Отражение антиферромагнитных вихрей на сверхзвуковой доменной границе в ортоферрите иттрия. Письма в ЖЭТФ. 2007. 85, № 4. С. 232.
19. Четкин М.В. Дидосян Ю.С. Страйп-структура и магнитооптическая дифракция в ортоферритах. ФТТ т. 15, № 4, с. 1247 – 1249 (1973).

20. Gerasimov M.V., Logunov M.V., Spirin A.V., Nozdrin Yu.N., and Tokman I.D. Time evolution of domain-wall motion induced by nanosecond laser pulses. *Phys. Rev. B* 94, 014434 (2016).
21. Герасимов М.В., Ильин С.В., Логунов М. В., Никитов С.А., Спири́н А.В., Чалдышкин А.Н. Магнитооптическая установка для исследования временной эволюции нанометровых смещений доменных границ при импульсном намагничивании // *Приборы и техника эксперимента* — 2017 — Т. 60 — № 5 — С. 106-111.
22. Борн М., Вольф Э. Основы оптики — Москва: Наука, 1973 — 720 с. (Ландсберг Г.С. Оптика – Москва. Физматлит, 2003 – 848 с.)
23. <https://sites.google.com/site/optika322228/difrakcia-sveta>.
24. Четкин М.В., Бынзаров Ж.И., Гадецкий С.Н., Щербаков Ю.И. Исследование нелинейной динамики доменных границ в ортоферрите иттрия методом высокоскоростной фотографии. *ЖЭТФ*, 1981, т. 81, № 11, с. 1898 - 1903.
25. Четкин М.В., Курбатова Ю.Н., Шапаева Т.Б., Борщеговский О.А. Генерация и гироскопическая квазирелятивистская динамика антиферромагнитных вихрей в доменных границах ортоферрита иттрия. *ЖЭТФ*. Т. 130, № 1(7), 181 – 188, 2006.
26. Prabhakara K.N., Шапаева Т.Б., Юрлов В.В., Звездин К.А., Звездин А.К., Davies C.S., Tsukamoto A., Кирилюк А.И., Rasing Th., Кимель А.В. Исследование динамики доменной границы в GdFeCo методом двукратной высоко скоростной фотографии. *Физика твердого тела*, том 65, № 2, с. 248–254, 2023.