

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА МАГНЕТИЗМА

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

**«ОСОБЕННОСТИ МЕХАНИЗМОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
МЕЖДУ ЭЛЕМЕНТАМИ НА МАЛЫХ РАССТОЯНИЯХ  
ПРИ РАЗЛИЧНЫХ КОНФИГУРАЦИЯХ  
И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ДИСПЕРСИЮ МАГНИТОИНДУКТИВНЫХ ВОЛН  
В МЕТАМАТЕРИАЛАХ  
В МЕГА- И ГИГАГЕРЦОВОМ ДИАПАЗОНАХ»**

Выполнил студент  
419 группы:  
Петров П.С.

---

Научный руководитель:  
доцент Радковская А.А.

---

Допущен к защите 28.05.2015  
Зав. кафедрой магнетизма  
профессор Перов Н.С. \_\_\_\_\_

Москва  
2015

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕМЕНТОВ МАГНИТНЫХ МЕТАМАТЕРИАЛОВ	5
1.1. МГц диапазон	5
1.2. ГГц диапазон	7
ГЛАВА 2. НОВЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ МАГНИТНОГО И ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ $K_H$ И $K_E$ .	10
2.1. Частотная зависимость коэффициента полного взаимодействия	10
2.2. Новый метод определения по отдельности $K_H$ и $K_E$	12
2.3. Программная реализация метода	13
2.4. Учет перекрытия сигналов в МГц диапазоне	15
2.5. Учет перекрытия сигналов в ГГц диапазоне	19
2.6. Область применимости метода	25
ГЛАВА 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА В ГГЦ	29
3.1. Конфигурация «equal»	29
3.2. Конфигурация «unequal»	32
3.3. Конфигурация «far»	34
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	37
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	39
БЛАГОДАРНОСТИ	41
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	43
ПРИЛОЖЕНИЕ 2	45
ПРИЛОЖЕНИЕ 3	48

## ВВЕДЕНИЕ

Метаматериалы – это новые композитные материалы, свойства которых определяются не только индивидуальными физическими свойствами их компонентов, но и их микроструктурой. Термин «метаматериалы», который происходит от греческого слова (*μετα*), означающего «вне, выше, за пределами», особенно часто применяют по отношению к структурам, демонстрирующим свойства, которые трудно или вообще невозможно наблюдать в природе. Во второй половине прошлого века Веселаго впервые показал теоретическую возможность реализации отрицательного показателя преломления при одновременно отрицательных  $\epsilon$  и  $\mu$  [1]. Но только в 2001 году был впервые экспериментально создан метаматериал, в котором действительно наблюдался отрицательный показатель преломления [2,3]. Сразу же были предложены многообещающие практические применения метаматериалов, например, идеальная линза [4]. Так же было предложено использовать метаматериалы для достижения невидимости или в целях маскировки [5].

Магнитные метаматериалы состоят из большого числа периодически расположенных металлических резонаторов, с размерами много меньше длины волны электромагнитного (ЭМ) излучения. В этом случае резонаторы можно рассматривать как «мета-атомы». В отличие от природных материалов, свойствами метаматериалов легко управлять, изменяя как форму элементов, так и способ их упорядочения [2]. Отклик метаматериала на ЭМ поле определяется не только индивидуальными физическими свойствами отдельных резонансных элементов [6,7], но и взаимодействием между ними [8].

Это взаимодействие может существенно менять эффективные параметры метаматериала, приводя, к возникновению медленных волн взаимодействия. В 2002 году, как примеры таких волн, были впервые описаны магнитоиндуктивные (МИ) волны, названные так, чтобы подчеркнуть магнитную природу взаимодействия между резонаторами с впаянной емкостью в МГц диапазоне [9]. Если взаимодействие между резонаторами имеет

электрическую природу, то соответствующие медленные волны называют электроиндуктивные волны [10]. В зависимости от знака коэффициента взаимодействия МИ волны могут иметь положительную или отрицательную групповую скорость [9]. МИ волны уже нашли практическое применение, например, в магнитоиндуктивной линзе [11], при усилении сигнала в МРТ [12] или как поляризаторы [13].

Очевидно, что для эффективного использования метаматериалов для управления ЭМ полем на субволновом уровне и создания метаматериалов с заранее заданными свойствами, необходимо точно понимать, особенности взаимодействия их элементов в широком диапазоне частот. Если в МГц диапазоне на сравнительно больших расстояниях между метаатомами магнитных метаматериалов существует только магнитное взаимодействие, то в ГГц диапазоне из-за неоднородного распределения зарядов и токов в элементах между ними возникает и электрическое взаимодействие.

Однако до настоящего времени не существовало способов по отдельности определять эти коэффициенты взаимодействия.

Целью данной работы является исследование особенностей механизмов взаимодействия между элементами в метаматериалах на малых расстояниях при различных конфигурациях в мега- и гигагерцовом диапазонах, разработка эффективного метода определения коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия по отдельности, а так же анализ влияния взаимодействия на дисперсию магнитоиндуктивных волн.

# ГЛАВА 1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕМЕНТОВ МАГНИТНЫХ МЕТАМАТЕРИАЛОВ

## 1.1 МГц диапазон

Для создания метаматериалов в МГц диапазоне обычно в качестве элементов используют расщепленные резонансные кольца с впаянной емкостью (Рис.1а). Данные элементы можно рассматривать как эквивалентные  $LCR$ -контуры [14] (Рис. 1б) с определенным значением резонансной частоты

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1)$$

и добротности

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (2)$$

где  $L$  – самоиндукция,  $R$  – электрическое сопротивление,  $C$  – емкость кольца

Такие элементы имеют размеры порядка 1-2 см, что намного меньше длины электромагнитной волны в данном диапазоне (около 5 метров). Это позволяет не учитывать запаздывание электромагнитных волн. Токи в кольце распределены равномерно по всей его поверхности. Так же из-за наличия впаянной емкости отсутствует выход электрического поля за пределы кольца.

Все это приводит к тому, что при взаимодействии двух близко расположенных метаатомов между ними возникает исключительно магнитное взаимодействие [9].

а



б

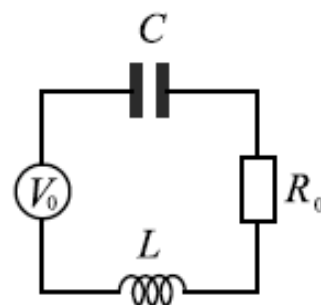


Рисунок 1 – (а) Пример мета-атома в МГц диапазоне - расщепленное резонансное кольцо с впаянной емкостью. Внешний диаметр кольца – 23 мм, размер щели 2 мм, впаянная емкость  $C=330$ пФ, резонансная частота  $\omega_0=50.22$  МГц, добротность  $Q=160$ . (б) эквивалентный  $LCR$  контур

Коэффициент этого взаимодействия равен:

$$\kappa_H = \frac{2M}{L}, \quad (3)$$

где  $M$  – взаимоиндукция элементов [2,14].

Взаимодействие между элементами приводит к расщеплению резонансной кривой (Рис.2). Таким образом из экспериментальных значений резонансных частот, определяемых по сигналам от каждого из элементов, можно определить значение коэффициента взаимодействия:

$$\kappa_H = 2 \left( \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\omega_1^2 + \omega_2^2} \right), \quad (4)$$

где  $\omega_1$  – нижняя резонансная частота,  $\omega_2$  – верхняя резонансная частота [2, 15].

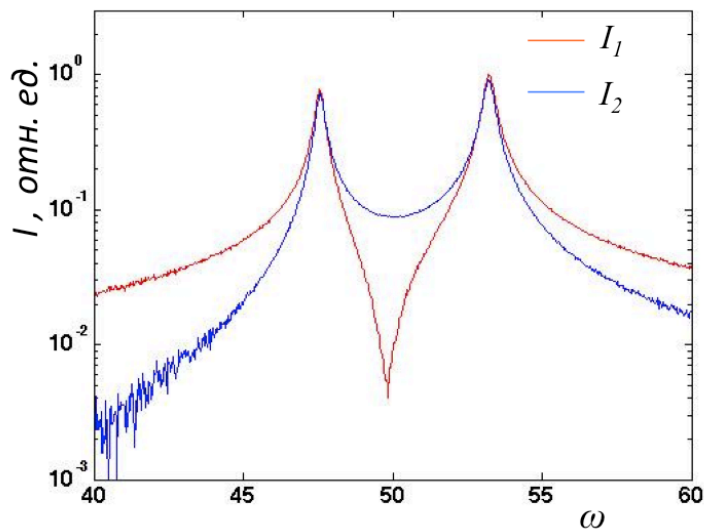


Рисунок 2 – Типичные экспериментальные зависимости токов в двух взаимодействующих резонансных элементах от частоты.  $I_1$  – ток в первом элементе,  $I_2$  во втором. Резонансная частота элементов  $\omega_0=50.22$  МГц

Исследование взаимодействия двух расщепленных резонансных колец в МГц диапазоне уже было проведено для различных взаимных конфигураций метаатомов при различных расстояниях [9, 15]. Получено хорошее согласие теории и эксперимента.

## 1.2 ГГц диапазон

В ГГц диапазоне ситуация изменяется. В качестве элементов в этом интервале частот используются как правило такие же расщепленные резонансные кольца, но без впаянной емкости. Их радиус по прежнему порядка 1 см, но резонансная частота в этом случае увеличивается до 2 ГГц, и длина волны 15 см становится сравнима с размерами структуры. В этом случае уже необходимо учитывать запаздывание (Рис.3).

Коэффициент взаимодействия становится комплексной величиной [16], а наряду с магнитным взаимодействием возникает так же и электрическое взаимодействие. Коэффициент электрического взаимодействия аналогично  $\kappa_H$  можно представить в виде [17]:

$$\kappa_E = \frac{2C}{K}, \quad (5)$$

где  $K$  – взаимная емкость элементов.

В этом случае распределение зарядов и токов вдоль элементов уже не будет однородным [18]. Заряды будут сконцентрированы около щели, и, соответственно, там же будет находиться результирующий электрический диполь. Ток, напротив, максимален в противоположной части кольца, и там же будет локализован результирующий магнитный диполь (рис.4). Очевидно, что в этом случае будет наблюдаться существенная анизотропия взаимодействия в зависимости от взаимной ориентации колец.

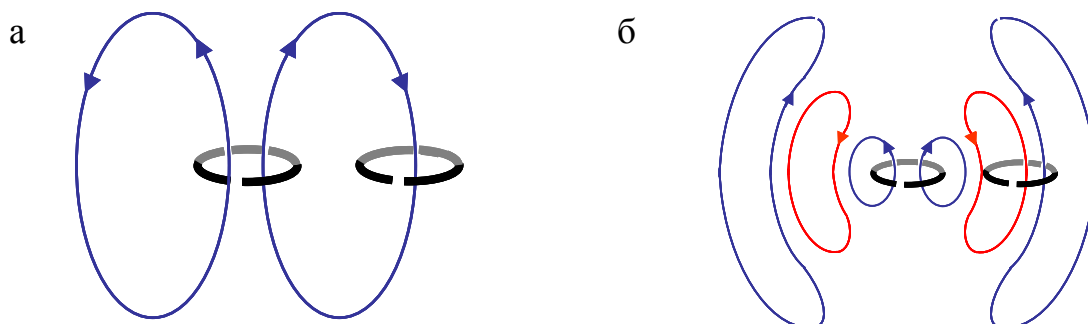


Рисунок 3 – Схематичное изображение двух взаимодействующих элементов в МГц (а) и в ГГц (б), когда необходимо учитывать запаздывание, так как размеры элементов уже сравнимы с длиной волны.

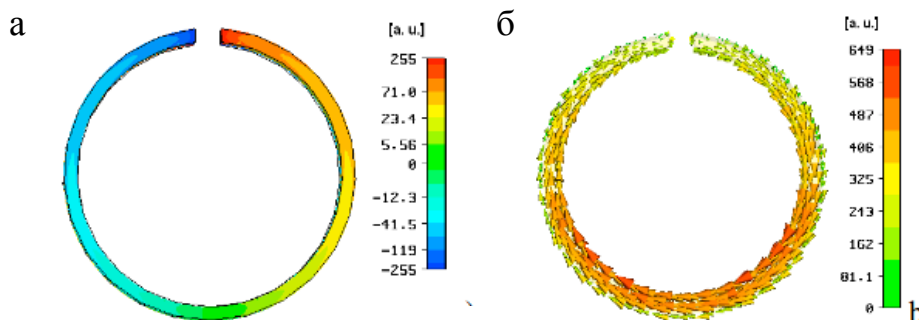


Рисунок 4 – Численное моделирование в CST Microwave studio распределения зарядов (а) и токов (б) в расщепленных кольцах в ГГц диапазоне [18].

Вблизи резонансной частоты полное взаимодействие определяется как [19]:

$$K = K_H - K_E, \quad (6)$$

где  $K_H$  и  $K_E$  по-прежнему определяются формулами (3) и (5), соответственно.

В 2012 году было проведено аналитическое и численное исследование взаимодействия двух элементов в ГГц диапазоне при всех возможных взаимных ориентациях в плоскости [20]. Получены аналитические и численные ориентационные карты модуля и фазы коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия на резонансной частоте. Впоследствии было получено хорошее согласие экспериментальных результатов для модуля коэффициента полного взаимодействия на резонансной частоте с аналитическими (Рис.5) [21].

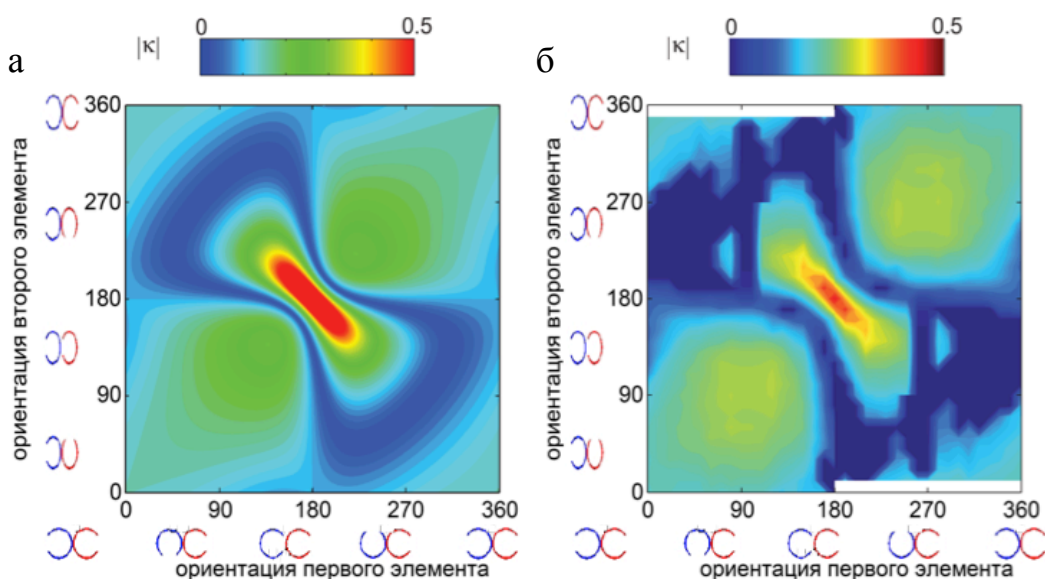


Рисунок 5 – Ориентационные карты коэффициента взаимодействия в ГГц диапазоне. (а) – аналитические [19] и (б) – экспериментальные результаты [21].



Однако в этом случае электрическое взаимодействие не может быть отделено от магнитного с использованием лишь расщепления резонансной кривой.

Таким образом, из экспериментального исследования двух взаимодействующих элементов можно определить лишь модуль коэффициента полного взаимодействия на резонансной частоте.

Однако, для практических применений необходимо по отдельности знать коэффициенты  $\kappa_H$  и  $\kappa_E$ , поскольку, преобладающее магнитное или электрическое взаимодействие между элементами метаматериала по-разному влияет на ширину полосы пропускания медленных волн взаимодействия в зависимости от частоты (Рис.6) [22]. Например, в случае только магнитного взаимодействия в биатомных метаматериалах с ростом одного из коэффициентов резко увеличивается верхняя полоса пропускания, в то время как при электрическом взаимодействии увеличивается нижняя полоса пропускания в сторону низких частот.

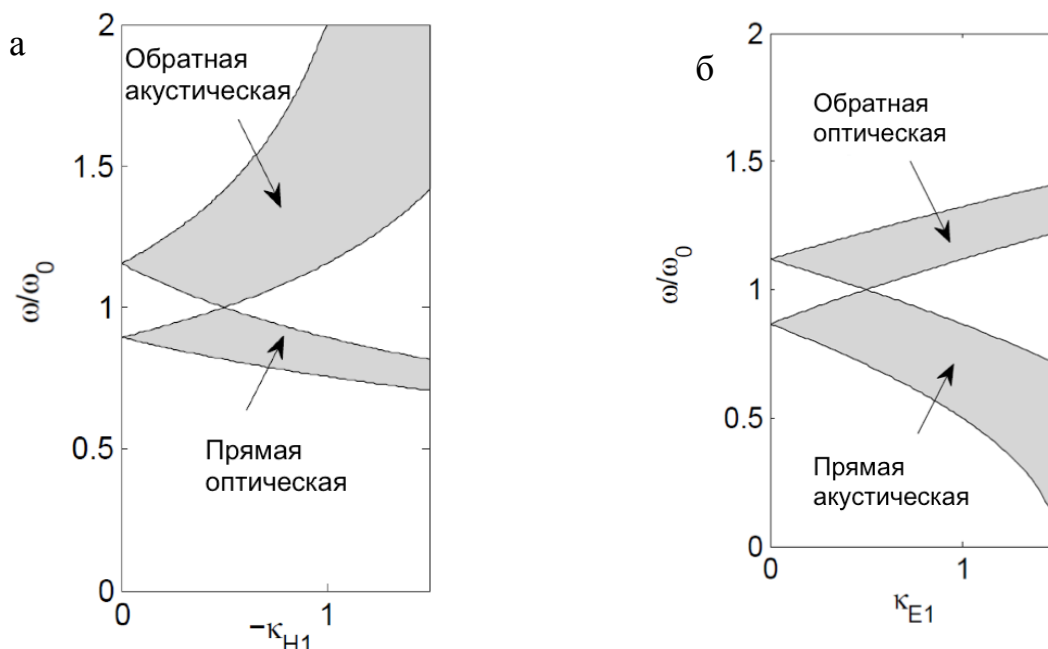


Рисунок 6 – Теоретическая зависимость ширины полос пропускания и зоны поглощения МИ волн в биатомном метаматериале с магнитным (а) и электрическим (б) взаимодействием от величины коэффициента взаимодействия  $\kappa_2$  при фиксированном значении  $\kappa_1 = 0.5$  из работы [22]. Темным цветом показаны полосы пропускания.

## ГЛАВА 2. НОВЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ МАГНИТНОГО И ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ $\kappa_H$ И $\kappa_E$

### 2.1. Частотная зависимость коэффициента полного взаимодействия

Рассмотрим взаимодействие резонансных элементов (Рис.1). как взаимодействие эквивалентных  $LC$ -контуров. Их импеданс зависит от частоты:

$$Z_0 = R - i\omega L - \frac{1}{i\omega C} = i\omega L \left( 1 - \nu^2 - \frac{i\nu}{Q} \right) = i\omega L \xi, \quad (7)$$

где  $\nu = \omega_0/\omega$  - обратная приведенная частота и для простоты дальнейших расчетов введены обозначения, а  $\xi = 1 - \nu^2 - \frac{i\nu}{Q}$ .

При произвольном взаимном расположении двух элементов между ними возникает и магнитное и электрическое взаимодействие. Магнитный и электрический коэффициенты взаимодействия двух идентичных расщепленных колец можно найти с помощью формул (3) и (5), а взаимный импеданс может быть записан в виде:

$$Z_m = i\omega M + \frac{1}{i\omega K}. \quad (8)$$

Приводя его к виду  $Z_0$  получим:

$$Z_m = i\omega L \left( \frac{M}{L} + \frac{\nu^2 C}{K} \right) = i\omega L \left( \frac{\kappa_H - \nu^2 \kappa_E}{2} \right) = i\omega L \sigma. \quad (9)$$

где  $\kappa = \kappa_H - \nu^2 \kappa_E$  коэффициент полного взаимодействия, а  $\sigma = \kappa/2$ .

Запишем закон Кирхгофа для двух таких элементов при условии, что падающая ЭМ волна возбуждает первый элемент, в котором наводится ток  $I_1$ . Ток во втором элементе  $I_2$  наводится за счет индуктивной связи. Получим систему двух линейных уравнений:

$$\begin{cases} Z_0 I_1 + Z_m I_2 = V \\ Z_0 I_2 + Z_m I_1 = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Подставляя в нее предыдущие обозначения из формулы (7) и (9), а так же вводя обозначение  $\alpha = \frac{iV}{\omega}$ , запишем систему (10) в виде:

$$\begin{cases} i\omega L(\xi I_1 + \sigma I_2) = -i\omega\alpha \\ i\omega L(\xi I_2 + \sigma I_1) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

Из второго уравнения системы (11) можно получить выражение для тока  $I_2$ :

$$I_2 = -\frac{\sigma I_1}{\xi}. \quad (12)$$

Подставляя его в первое уравнение системы (11) и вводя обозначение  $\beta = \frac{\alpha}{L} = \frac{iV}{\omega L}$ , найдем выражения для токов в обоих элементах в виде:

$$\begin{cases} I_1 = -\frac{\xi}{\xi^2 - \sigma^2} \beta \\ I_2 = -\frac{\sigma}{\xi^2 - \sigma^2} \beta \end{cases}. \quad (13)$$

Теперь можно проанализировать поведение токов в элементах в зависимости от взаимодействия между ними. В ГГц диапазоне при преобладающем электрическом (Рис.7а) или преобладающем магнитном (Рис.7б) взаимодействиях резонансные кривые имеют аналогичный вид, если на резонансной частоте суммарное взаимодействие одинаково (см.(6)). На вставке показана теоретическая зависимость приведенной разности фаз от приведенной частоты

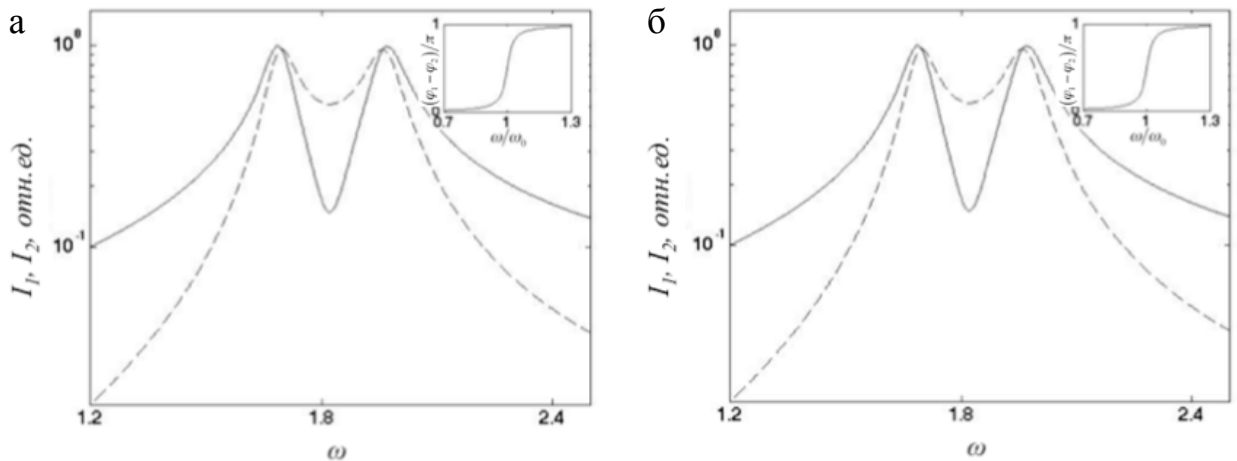


Рисунок 7 – Теоретические значения токов в двух взаимодействующих элементах, в первом  $I_1$  (сплошная линия) и во втором  $I_2$  (пунктир) в зависимости от частоты возбуждающей ЭМ волны при преобладающем (а) электрическом взаимодействии  $\kappa_H=0.1$ ,  $\kappa_E=-0.2$ , и (б) магнитном взаимодействии:  $\kappa_H=0.2$ ,  $\kappa_E=-0.1$ . в обоих случаях  $\kappa=0.3$  Резонансная частота  $\omega_0=1.82$  ГГц.

Теперь, возвращаясь к старым переменным в выражении (13) запишем отношение токов в виде:

$$\frac{I_2}{I_1} = -\frac{\sigma}{\xi} = -\frac{\left(1 - \nu^2 - \frac{i\nu}{Q}\right)}{\left(\frac{\kappa_H - \nu^2 \kappa_E}{2}\right)}. \quad (14)$$

Откуда получим выражение, впервые приведенное в работе [20], для частотной зависимости коэффициента полного взаимодействия  $\kappa$  через значения токов в двух взаимодействующих элементах:

$$\kappa_H - \kappa_E \nu^2 = -2 \frac{I_2}{I_1} \left(1 - \nu^2 - \frac{i\nu}{Q}\right). \quad (15)$$

Которое очевидно на резонансной частоте при  $\nu=1$  переходит в выражение (6).

## 2.2. Новый метод определения по отдельности $\kappa_H$ и $\kappa_E$

Видно, что в правую часть выражения (15) входят только те величины, которые можно определить экспериментально. Таким образом, возникает вопрос – можно ли создать новый метод, который позволит, используя экспериментальные данные, точно определить по отдельности магнитное и электрическое взаимодействия между двумя кольцами.

Однако, подставляя в выражение (15) теоретические значения токов в ситуациях аналогичным приведенным на Рис.7, можно построить частотные зависимости модуля коэффициента взаимодействия от частоты и только качественно разделить случаи с преобладающим магнитным и электрическим взаимодействием как видно из Рис. 8.

Чтобы точно определить значения  $\kappa_H$  и  $\kappa_E$ , мы впервые предлагаем использовать в качестве переменной  $\nu^2$  - квадрат обратной приведенной частоты. Тогда мы получим линейную зависимость от новой переменной, что позволит отдельно определять значения магнитного и электрического взаимодействия  $\kappa_H$  и  $\kappa_E$  (Рис. 8б). Полный коэффициент взаимодействия на резонансной частоте при этом, как и ожидалось, равен их разности.

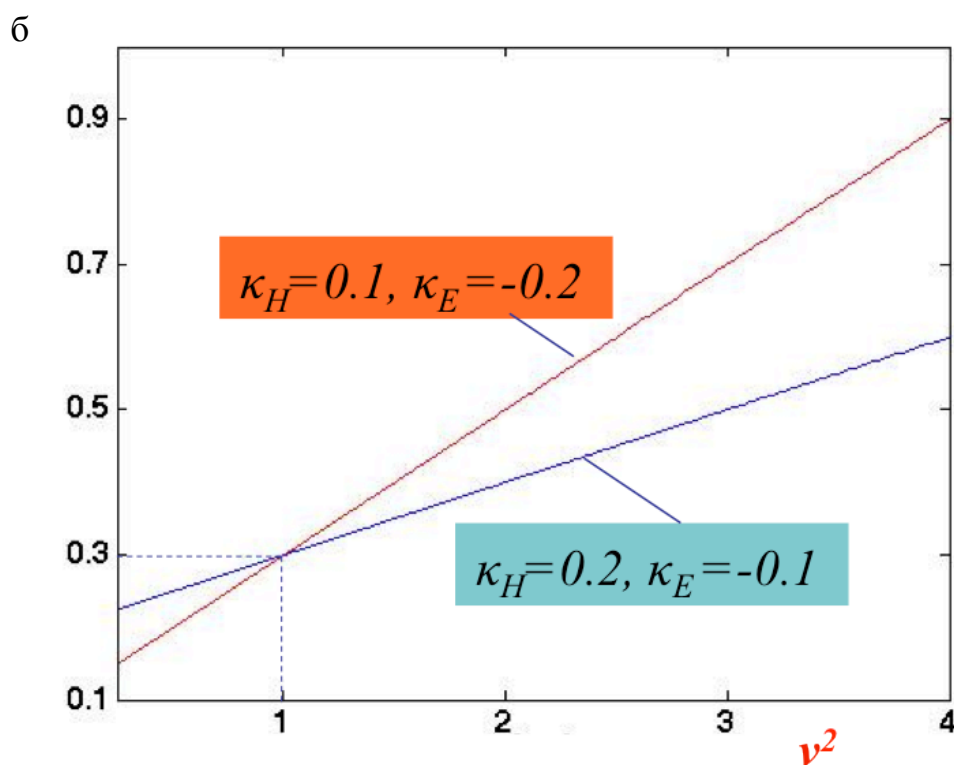
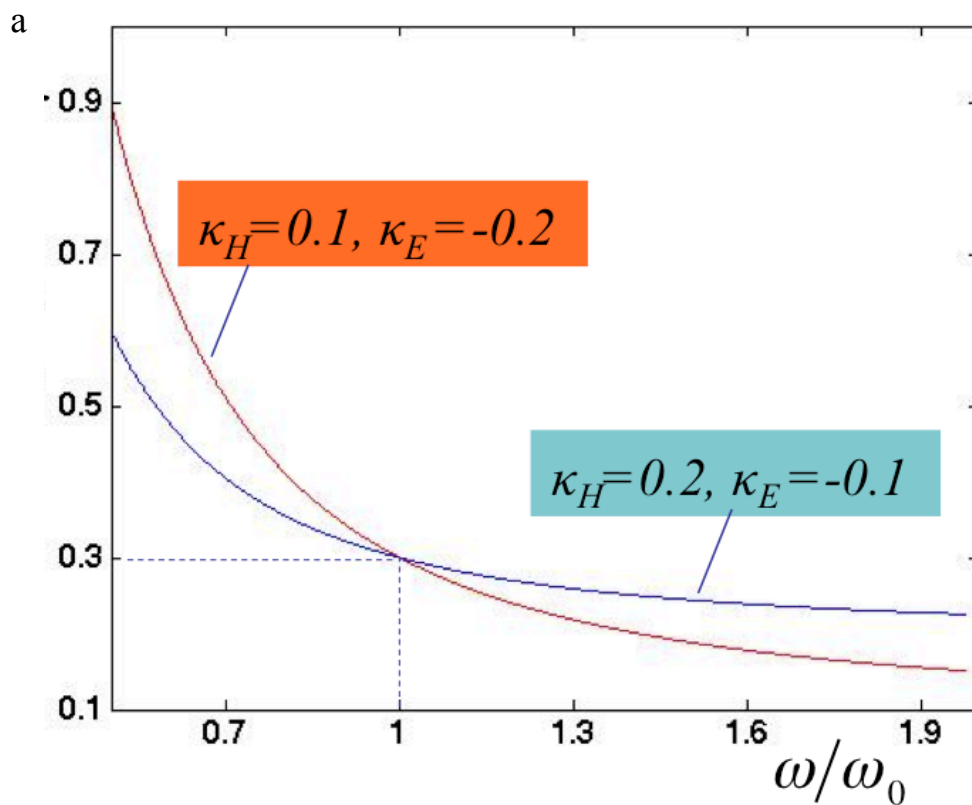


Рисунок 8 – Зависимость коэффициента  $\kappa$  полного взаимодействия двух резонансных элементов от приведенной частоты  $\nu$  (а) и от квадрата обратной приведенной частоты  $\nu^2$  (б) в случаях с преобладающим магнитным или электрическим взаимодействием, синим и красным цветом, соответственно.

### 2.3 Программная реализация метода

Данный метод был реализован с помощью программы, созданной нами в пакете MathLab. Прежде всего программой производится расчет эффективных значений резонансной частоты  $\omega_0$  и добротности  $Q$ . Эти величины зависят не только от параметров элементов, но и от их взаимодействия. Поскольку в формуле (15) они фигурируют в обеих частях равенства, то в результате они оказывают существенное влияние на результат вычислений.

Для их более точного определения сначала используется экспериментальная зависимость отношения сигналов  $I_2/I_1$  в каждом из элементов от частоты (Рис.9), поскольку как показывает анализ этого выражения, именно на резонансной частоте происходит скачок. Аппроксимируя экспериментальную зависимость теоретической зависимостью, полученной из формул (13) или (14) можно, используя метод наименьшего среднеквадратичного отклонения, определить каждый из двух неизвестных параметров  $\omega_0$  и  $Q$ . Точность определения  $\omega_0$  составляет 0.05%, погрешность определения коэффициентов взаимодействия связанная с ней составляет порядка 2%.

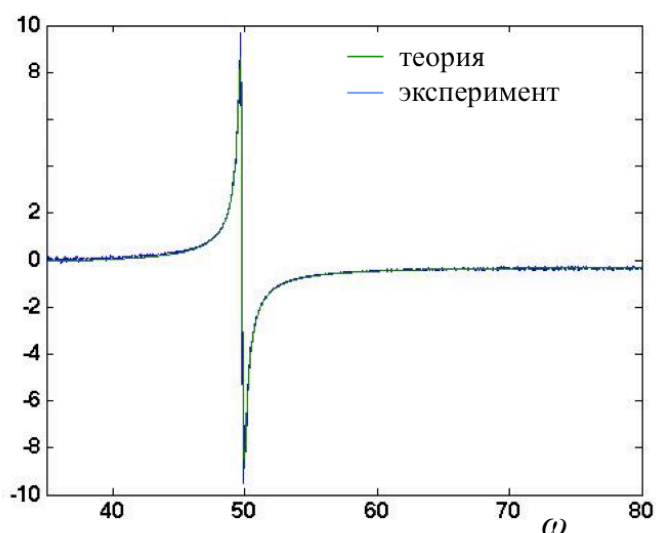


Рисунок 9 – Типичная экспериментальная зависимость  $I_2/I_1$  отношения токов двух взаимодействующих элементов от частоты  $\omega$  и ее аппроксимация. Резонансная частота элементов  $\omega_0=50.22$ МГц.

Поскольку  $Q$  входит в (12) линейно точность определения не так существенно влияет на результат и составляет при расчётах 1%. Связанная с ней погрешность на порядок меньше, чем связанная с  $\omega_0$ , и составляет 0.2%. Далее, подставляя полученные значения  $\omega_0$  и  $Q$ , используя правую часть выражения (15) по экспериментальным данным производится расчёт зависимости коэффициента полного взаимодействия от частоты  $\kappa(\omega)$ . После чего, с помощью метода МНК, используя в качестве переменной квадрат обратной приведенной частоты  $\nu^2$ , определяются значения  $\kappa_H$  и  $\kappa_E$ .

Результатом работы программы являются значения модулей коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия  $\kappa_H$  и  $\kappa_E$  и их фаз, а также графики зависимости действительной и мнимой частей коэффициента полного взаимодействия от частоты.

Текст разработанной программы приводится в Приложении 1.

#### 2.4. Учет перекрытия сигналов в МГц диапазоне

Для апробации данного метода мы применили его к хорошо известной системе двух близкорасположенных магнитных метаатомов с резонансной частотой в мегагерцовом диапазоне, где предполагается только магнитное взаимодействие, и коэффициент взаимодействия является действительной величиной. Метаатомы представляют собой расщепленные резонансные кольца с впаянными конденсаторами (рис. 1а). Их параметры приведены в Таблице 1. Методика эксперимента подробно описана в [15, 23] и коротко приводится в Приложении 2. На Рис.10 приведены экспериментальные частотные зависимости сигналов от каждого из двух взаимодействующих элементов в аксиальной конфигурации при расстоянии в 11 мм между их краями.

Таблица 1. Параметры метаатома в МГц диапазоне

внешний радиус кольца $r_0 = 11.5$ мм	постоянный конденсатор $C_0 = 330$ пФ
толщина кольца $w = 1$ мм	построечный конденсатор $C = 520$ пФ
ширина щели $g = 2$ мм	резонансная частота $\omega_0 = 50.22$ МГц
высота кольца $l = 5$ мм	добротность $Q = 160$

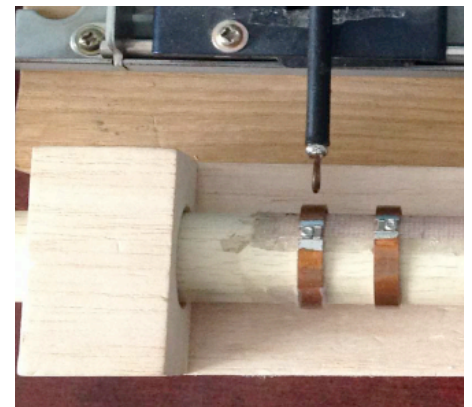
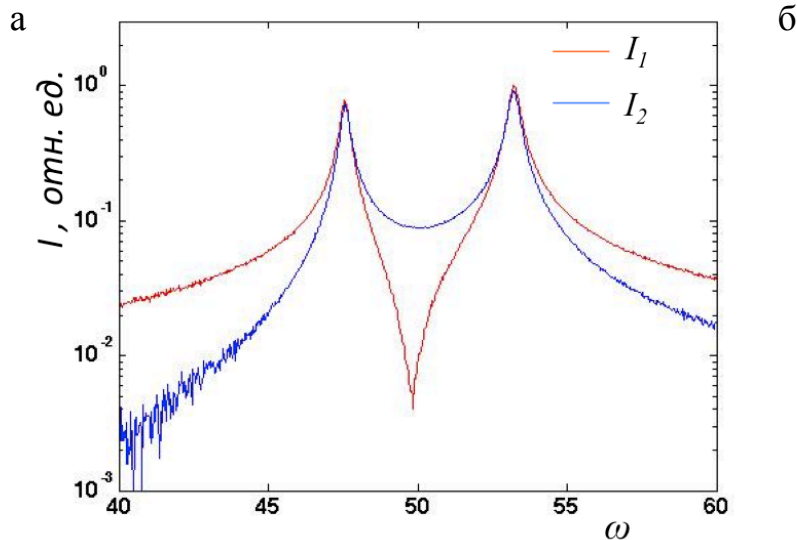


Рисунок 10 – (а) Экспериментальные зависимости токов в каждом из резонансных элементах от частоты.  $I_1$  – ток в первом элементе,  $I_2$  во втором. Расстояние между элементами  $d = 11$  мм. (б) Фото эксперимента.

Значения резонансных частот в этом случае  $\omega_1 = 47.8$ ,  $\omega_2 = 52.9$ . Значение полного коэффициента взаимодействия в этом случае, полученное по формуле (4) из расщепления резонансных кривых, будет равно  $\kappa' = 0.2$ .

При обработке этих экспериментальных данных по описанной в п.2.3 методике действительно была получена линейная зависимость  $\kappa(v^2)$  показанная на Рис.11. Более того, значение коэффициента полного взаимодействия  $\kappa$  на резонансной частоте  $\kappa' = 0.2$  совпадает со значением полученным по формуле (4), однако значения  $\kappa'_H = 0.43$  и  $\kappa'_E = 0.23$  на наш взгляд неправдоподобны, хотя в целом вроде и согласуются с известным фактом преобладания магнитного взаимодействия в МГц.



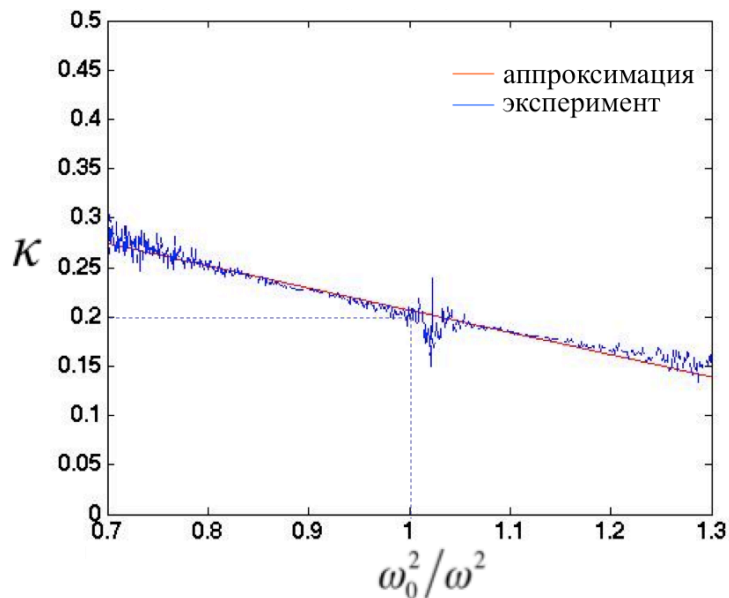


Рисунок 11 – Зависимость  $\kappa(v^2)$  полного коэффициента взаимодействия от квадрата обратной приведенной частоты, полученная при обработке экспериментальных данных двух взаимодействующих метаатомов в МГц диапазоне в аксиальной конфигурации (синий) и линейная аппроксимация (красный).

Возможная причина данной проблемы заключается в способе получения сигналов от двух элементов. При проведении измерений (см Приложение 2), получаемый сигнал  $V$  пропорционален магнитному потоку через измерительную антенну. В случае, когда проводится измерение сигнала от одного изолированного метаатома (Рис.12а), получаемый сигнал оказывается пропорционален току в кольце  $I$ . Однако, при измерении сигналов от двух близко расположенных метаатомов, из-за перекрытия магнитных полей создаваемых каждым из элементов ситуация изменяется (Рис.12б).

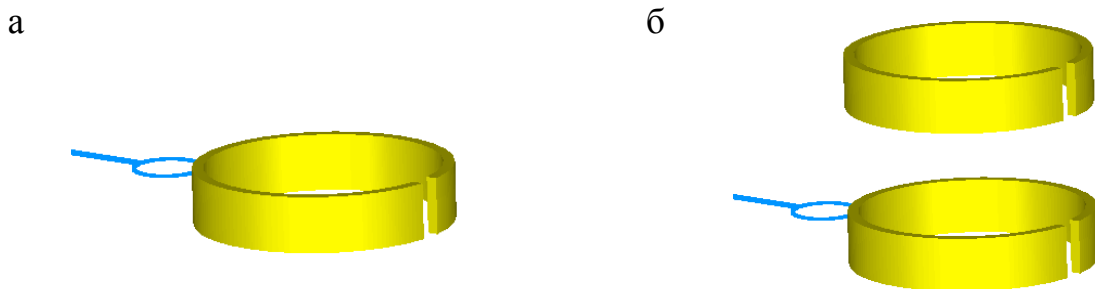


Рисунок 12 – Схема измерения сигнала от одного (а) и двух близко-расположенных (б) метаатомов.

В этом случае сигнал, наводимый в приемной антенне, уже будет пропорционален не только току в ближайшем элементе. Необходимо так же учитывать сигнал, создаваемый соседним элементом. Таким образом, результирующий сигнал будет пропорционален линейной комбинации токов  $I_1$  и  $I_2$  в первом и во втором кольце соответственно:

$$\begin{cases} V_1 \sim I_1 + KI_2 \\ V_2 \sim I_2 + KI_1 \end{cases} \quad (16)$$

где  $V_1$  – сигнал, измеренный вблизи от первого кольца,  $V_2$  – сигнал, измеренный вблизи от второго кольца,  $K$  – коэффициент перекрытия сигналов. Соответственно, преобразуя выражение (16), можно с учетом коэффициента пропорциональности записать выражения для токов в каждом из элементов через измеренные сигналы с учетом коэффициента перекрытия сигналов  $K$ :

$$\begin{cases} aI_1 = \frac{KV_2 - V_1}{K^2 - 1} \\ aI_2 = \frac{KV_1 - V_2}{K^2 - 1} \end{cases} \quad (17)$$

где  $a$  – коэффициент пропорциональности. Значение коэффициента перекрытия сигналов может быть получено из анализа пространственного распределения магнитного поля от одного кольца или экспериментально, о чем более подробно будет рассказано в следующем разделе.

Таким образом, в Программу был добавлен учет влияния перекрытия сигналов по формуле (17). Используя для нашей конфигурации элементов коэффициент перекрытия сигналов равный  $K=-0.11$ , была получена частотная зависимость полного коэффициента взаимодействия, представленная на Рис.13.

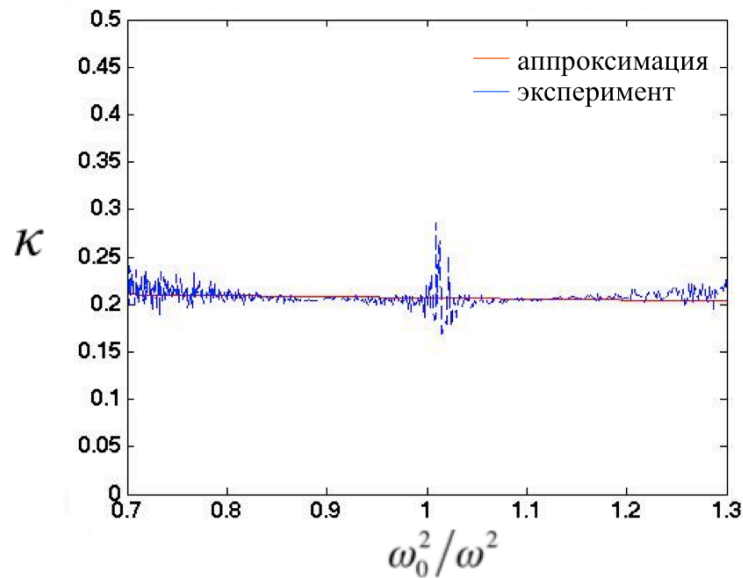


Рисунок 13 – Зависимость  $\kappa(\nu^2)$ , полного коэффициента взаимодействия от квадрата обратной приведенной частоты, полученная при обработке экспериментальных данных двух взаимодействующих метаатомов в МГц диапазоне в аксиальной конфигурации, с учетом коэффициента перекрытия сигналов  $K=-0.11$  (синий) и линейная аппроксимация (красный).

Полученные значения  $\kappa_H = 0,21$  и  $\kappa_E = 0,01$  не только дают хорошее значение при резонансной частоте  $\kappa = \kappa_H - \kappa_E = 0,2$ , которое также согласуется с предыдущими результатами, но и по отдельности коэффициенты магнитного и электрического взаимодействия соответствуют природе взаимодействия между метаатомами в данном частотном диапазоне.

Таким образом, в МГц диапазоне получено подтверждение правильности работы нашего метода.

## 2.5. Учет перекрытия сигналов в ГГц диапазоне

Для проведения исследования работы предложенного нами нового метода в ГГц диапазоне было проведено численное моделирование с использованием пакета CST Microwave Studio. В качестве метаатомов были смоделированы расщепленные резонансные кольца с теми же геометрическими и физическими параметрами, что и у колец, используемых в экспериментах в МГц диапазоне, но без впаянных конденсаторов (Рис.14). В результате

резонансная частота таких элементов  $\omega_0 = 1.82$  ГГц, что хорошо согласуется с экспериментальными данными для таких метаатомов.

Прежде всего, для определения коэффициента  $K$  перекрытия сигналов, который в ГГц является комплексной величиной, было получено пространственное распределение  $z$ -компоненты магнитного поля  $H_z$ , создаваемого одним резонансным элементом на резонансной частоте. Ориентация элемента относительно координатных осей показана на Рис.13а. На Рис.13б показана резонансная кривая, измеренная на высоте 5мм над его центром. Распределение значений  $|H_z|$  в плоскостях перпендикулярных осям  $x$ ,  $y$  и  $z$ , показаны на рисунках 15, 16 и 17, соответственно. В Приложении 3 приведены параметры модели для численного эксперимента.

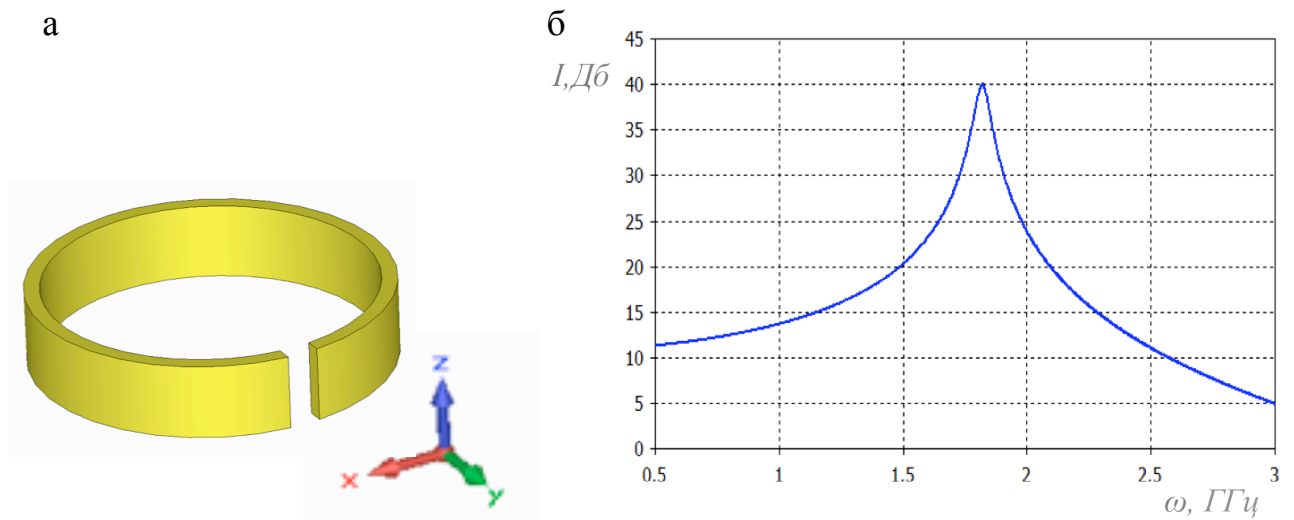


Рисунок 14 – (а) Расщепленное резонансное кольцо использованное в качестве элемента при численном моделировании и его ориентация относительно координатных осей. (б) Сигнал от данного кольца.

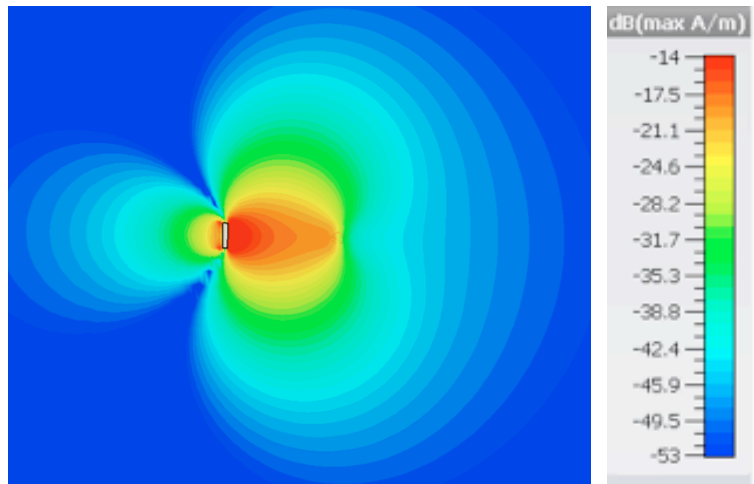


Рисунок 15 – Распределение  $|H_z|$  в плоскости  $YZ$  при  $\omega_0$ . Белым цветом показано сечение кольца. Кольцо ориентировано щелью вправо. Результаты численного моделирования.

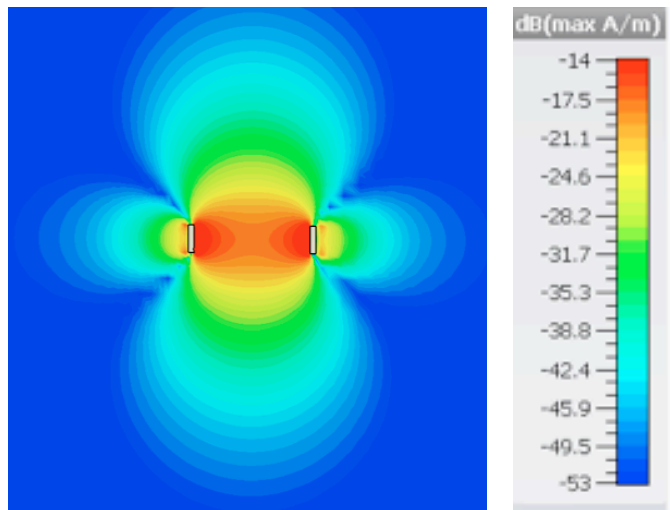


Рисунок 16 – Распределение  $|H_z|$  в плоскости  $XZ$  при  $\omega_0$ . Белым цветом показано сечение кольца. Результаты численного моделирования.

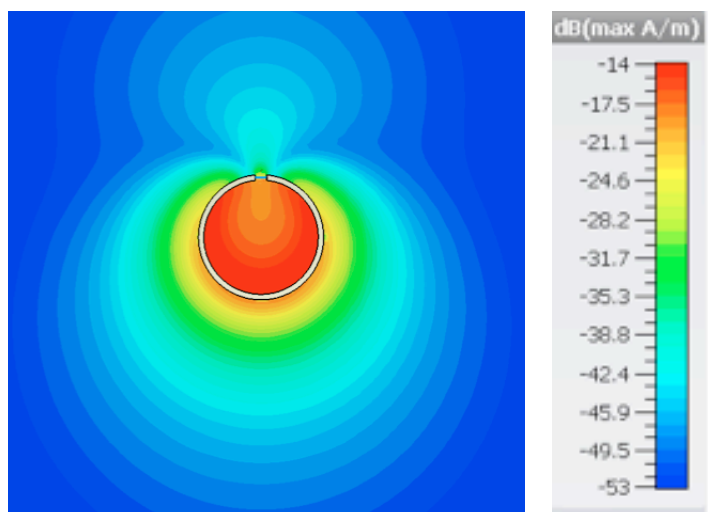


Рисунок 17 – Распределение  $|H_z|$  в плоскости  $XY$  при  $\omega_0$ . Белым цветом показано сечение кольца. Результаты численного моделирования.

Коэффициент перекрытия сигналов  $K$  можно определить из отношения значений поля  $H_{z2}$  в предполагаемой точке измерения сигнала от второго кольца и  $H_{z1}$  в точке измерения сигнала от первого кольца:

$$K = \frac{H_{z2}}{H_{z1}} \quad (18)$$

Кроме того, были получены частотные зависимости сигнала для различных расстояний вдоль основных направлений в плоскости кольца (Рис.18-20). В дальнейшем эти результаты позволят легко определять коэффициент перекрытия сигналов для различных взаимных ориентаций метаатомов в планарной конфигурации в ГГц диапазоне.

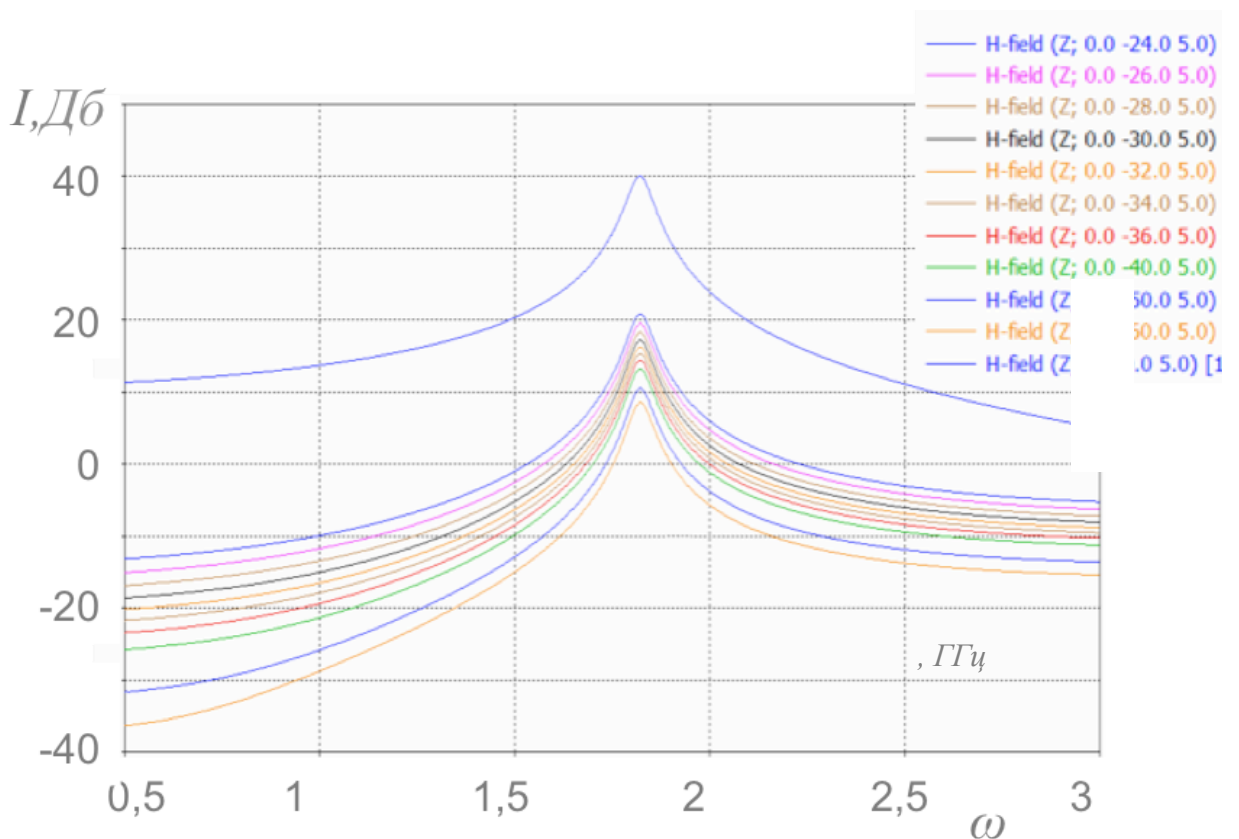


Рисунок 18 – Частотная зависимость  $|H_z|$  при различных расстояниях вдоль оси  $u$  в направлении над щелью при  $z=5\text{мм}$ . Разным цветом показаны зависимости при различных значениях  $u$ . На вставках показаны координаты точек определения сигнала.

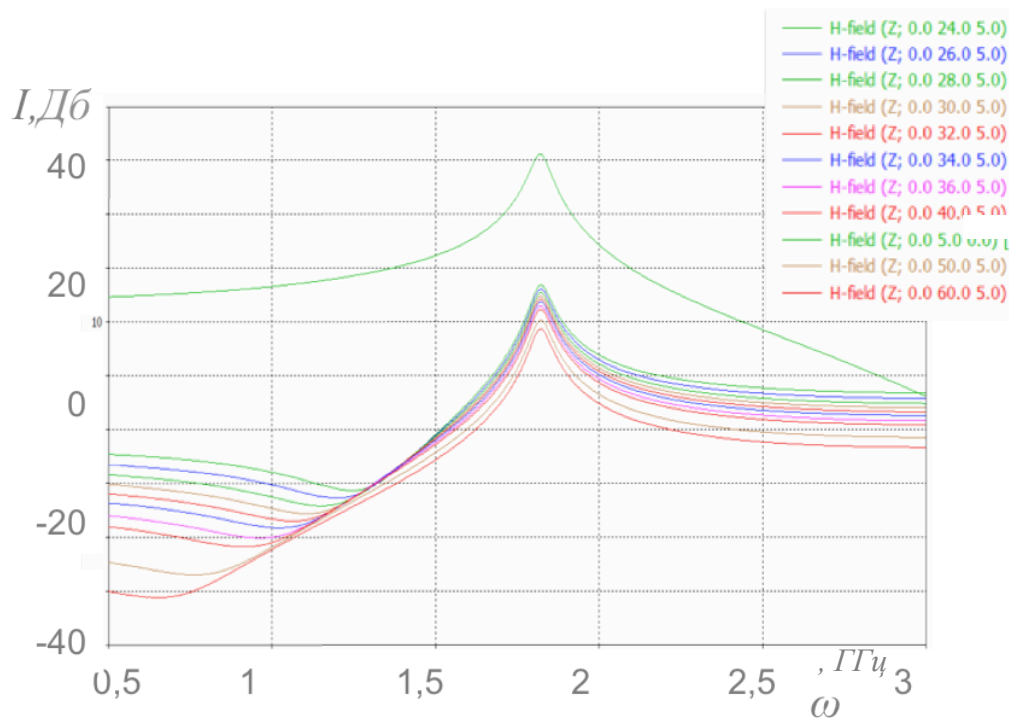


Рисунок 19 – Частотная зависимость  $|H_z|$  при различных расстояниях вдоль оси  $y$  в направлении противоположном щели при  $z=5\text{мм}$ . Разным цветом показаны зависимости при различных значениях  $y$ . На вставках показаны координаты точек определения сигнала.

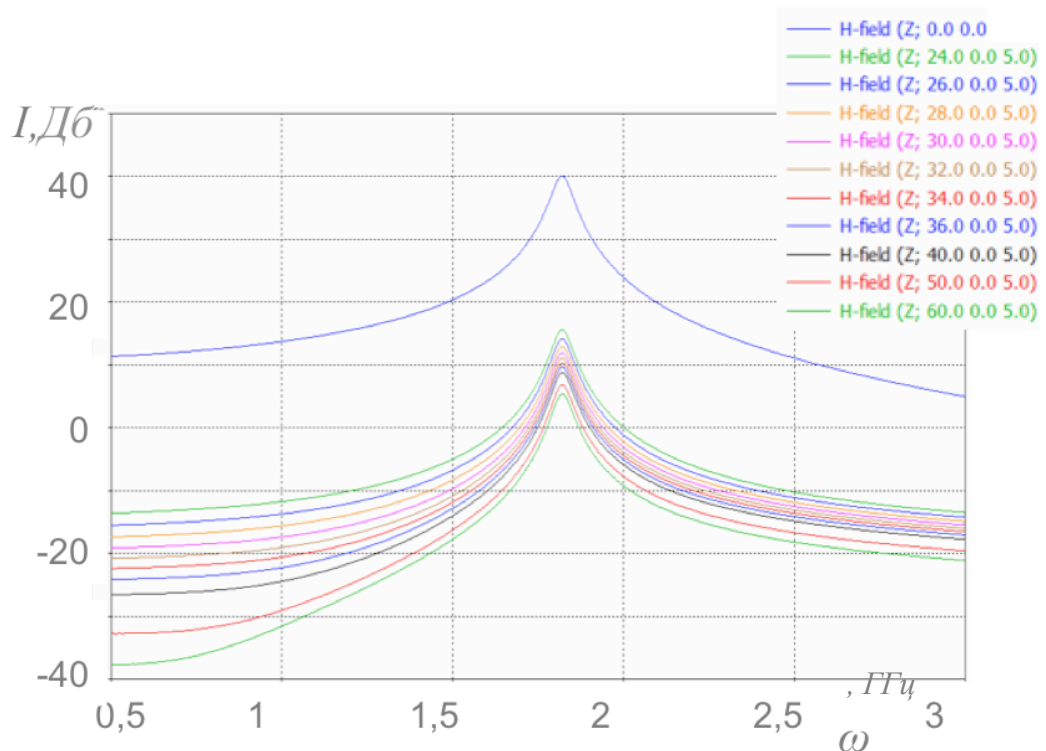


Рисунок 20 – Частотная зависимость  $|H_z|$  при различных расстояниях вдоль оси  $x$  в направлении перпендикулярно щели при  $z=5\text{мм}$ . Разным цветом показаны зависимости при различных значениях  $x$ . На вставках показаны координаты точек определения сигнала.

По результатам численного эксперимента была получена зависимость коэффициента перекрытия сигналов  $K$  от расстояния вдоль оси  $y$  от центра элемента до предполагаемой точки измерения сигнала от второго кольца (Рис.21). Наблюдается существенная зависимость  $K$  от направления. Так, в направлении от щели за пределами кольца ( $y < -23\text{мм}$ ) коэффициент перекрытия сигналов существенно больше, чем в направлении над щелью ( $y > -23\text{мм}$ ). Такая анизотропия объясняется неоднородностью распределения токов в элементе, как наглядно видно на Рис.15 и Рис.17.

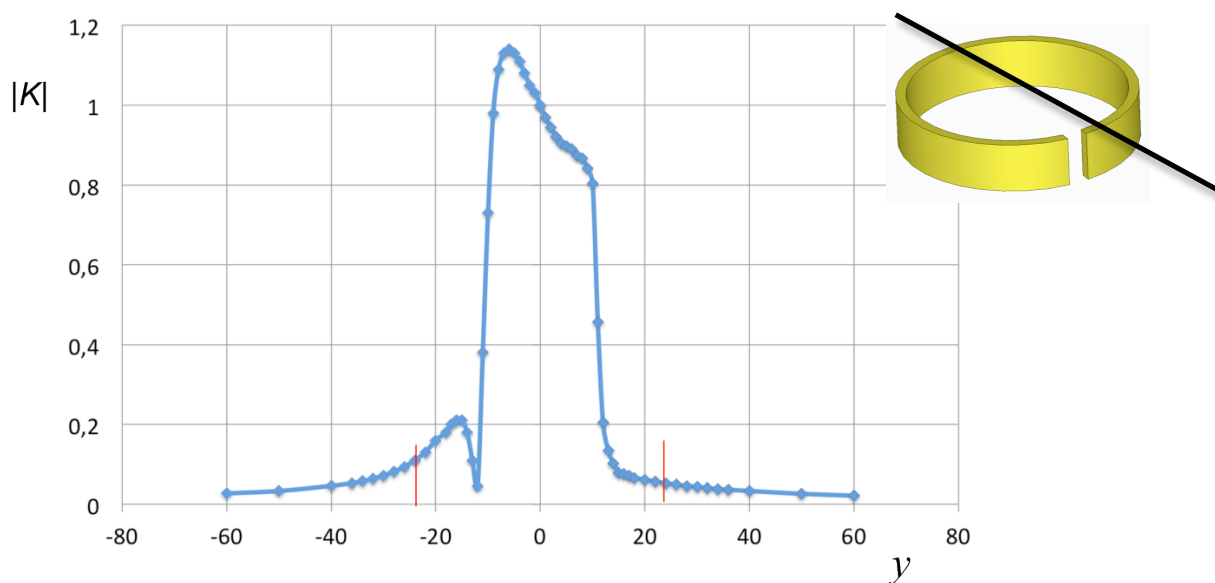


Рисунок 21 – Зависимость модуля  $K$  от расстояния вдоль оси  $y$  от центра элемента до предполагаемой точки измерения сигнала от второго кольца. Красным отмечены точки, начиная с которых возможно расположить второе кольцо в эксперименте.

Из зависимостей на Рис.18-Рис.20 явно видно, что коэффициент перекрытия сигналов  $K$  в ГГц существенно зависит от частоты, поскольку изменение сигнала происходит по разному для  $\omega \leq \omega_0$  и  $\omega > \omega_0$ , а так же от взаимной ориентации метаатомов. Это оказывает существенное влияние на точность определения значений  $\kappa_H$  и  $\kappa_E$ .

Из данных показанных на Рис.18-Рис.20 также были получены частотные зависимости действительной и мнимой части коэффициента перекрытия сигналов  $K$ . Их вид для случая, когда  $H_{z2}$  измерялось на расстоянии  $23\text{мм}$  вдоль оси  $x$  от центра первого элемента при  $z=5\text{мм}$  представлен на Рис.22.



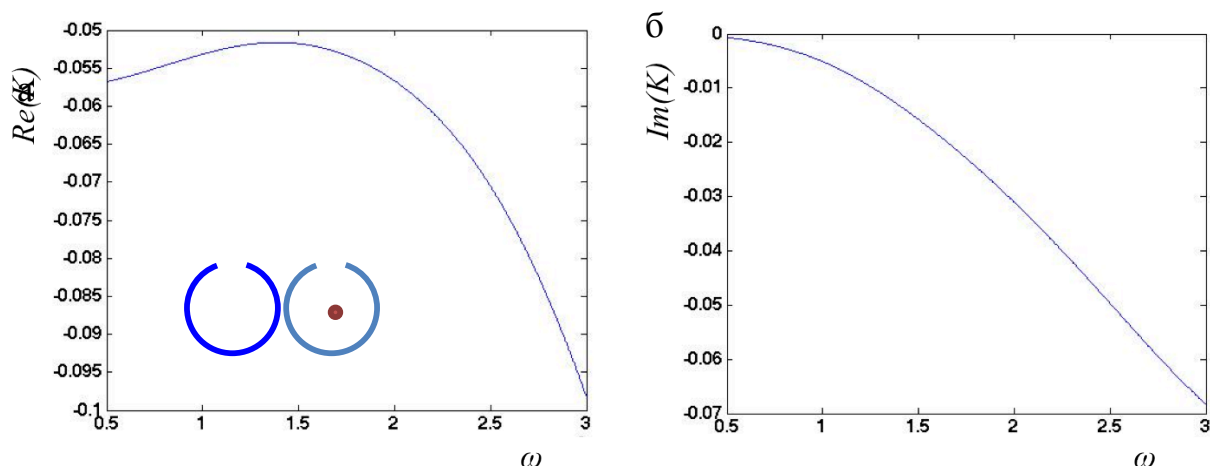


Рисунок 22 – Зависимость действительной (а) и мнимой (б) частей  $K$  от частоты. Магнитное поле  $H_{z2}$  определялось в точке на расстоянии  $23\text{мм}$  вдоль оси  $x$  при  $z=5\text{мм}$ , как показано на вставке.

Таким образом для ГГц диапазона по результатам численного моделирования определены коэффициенты перекрытия сигналов для всех возможных взаимных ориентаций метаатомов. Показана существенная анизотропия  $K$  и определена его зависимость от частоты.

## 2.6. Область применимости метода

После точного определения  $K$  возникла новая сложность. В соответствии с формулой (12) коэффициент полного взаимодействия должен линейно зависеть от квадрата обратной приведенной частоты  $\nu^2$ . Однако при применении данного метода к результатам численного моделирования в ГГц диапазоне наблюдалась нелинейная зависимость действительной и мнимой части  $\text{Re}(\kappa)$  и  $\text{Im}(\kappa)$  (Рис.23). Если применить этот метод в области частот вблизи  $\omega_0$ , то результаты не согласуются с предыдущими теоретическими и экспериментальными исследованиями [19, 20]. Так, для конфигурации «equal» (когда щели направлены в одну сторону, как показано на вставке на Рис.23) получены результаты  $|\kappa_H| = 0,34$ ,  $|\kappa_E| = 0,33$ , разность которых не совпадает с экспериментально полученным значением  $|\kappa_s| = 0,1$  [19]. Более того фазы коэффициентов взаимодействия:

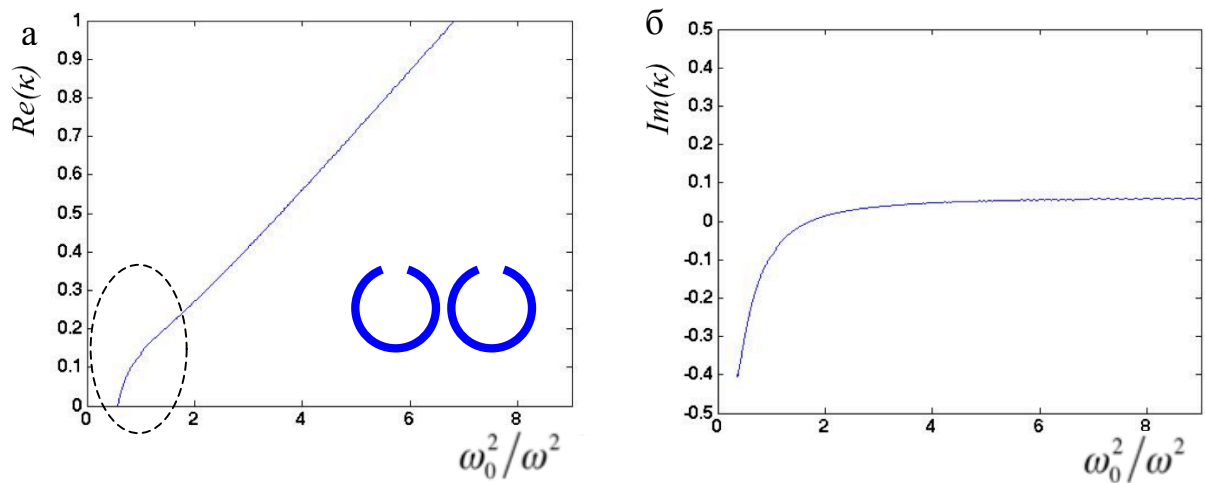


Рисунок 23 – Зависимость действительной (а) и мнимой (б) частей коэффициента полного взаимодействия  $\kappa$  от квадрата обратной приведенной частоты для конфигурации «equal» показанной на вставке (а). Расстояние между краями элементов  $d=1\text{мм}$ . Резонансная частота  $\omega_0=1.82\text{ ГГц}$ .

$$\varphi_H = \frac{\arg(\kappa_H)}{\pi} = 0.29$$

$$\varphi_E = \frac{\arg(\kappa_E)}{\pi} = 0.55$$
(16)

не соответствуют теоретическим предсказаниям [19], где получены значения  $\varphi_{H_{теор}} = 0.9$   $\varphi_{E_{теор}} = 0.05$ .

Однако, как уже было показано в пункте 2.4, в МГц диапазоне предложенный нами метод работает хорошо. Поэтому следующим нашим шагом было исследование отличий в поведении токов в элементах в МГц и ГГц.

В мегагерцовом диапазоне токи в двух взаимодействующих элементах колеблются либо строго в фазе, либо строго в противофазе. Типичная зависимость разности фаз токов в элементах от частоты в этом случае представлена на Рис.24.

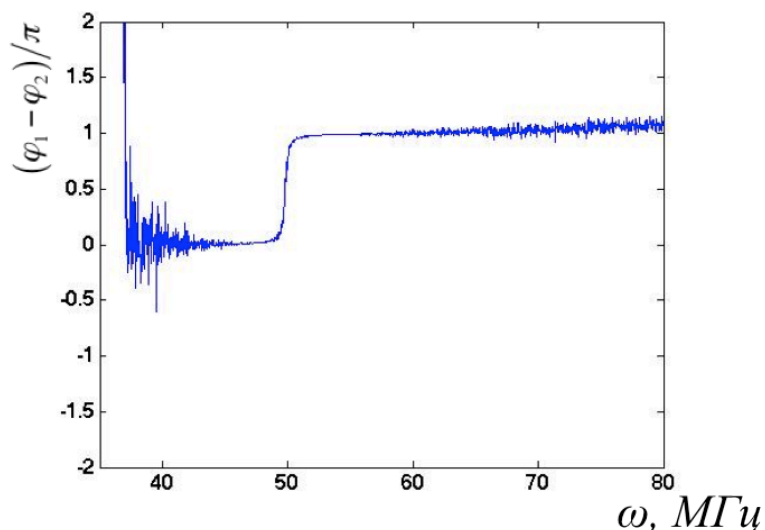


Рисунок 24 – Экспериментальная частотная зависимость разности фаз токов в элементах в аксиальной конфигурации на расстоянии  $d=1\text{мм}$  между краями элементов в МГц диапазоне.

При переходе в ГГц появляется более сложная частотная зависимость разности фаз от частоты (Рис.25). На наш взгляд, именно это не позволяет использовать на всем диапазоне частот значение коэффициента перекрытия сигналов  $K$ , полученное из анализа поля от одного кольца способом, описанным в предыдущем разделе.

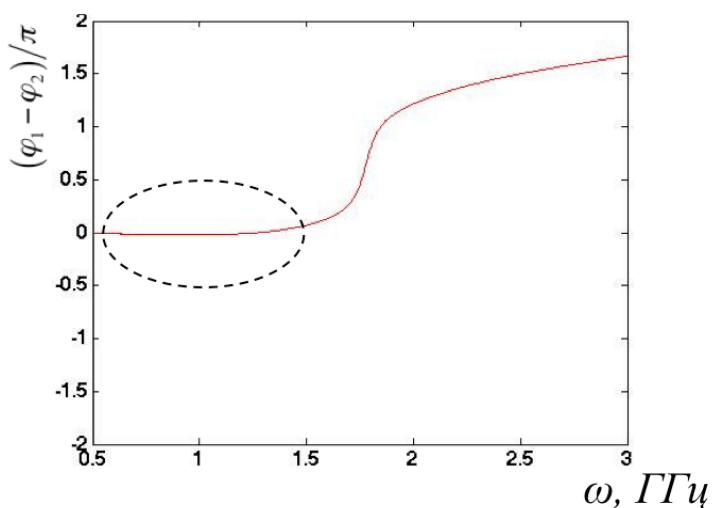


Рисунок 25 – Частотная зависимость разности фаз токов в элементах в планарной конфигурации «equal» на расстоянии  $d=1\text{мм}$  между краями элементов в ГГц диапазоне. Пунктиром выделенная область пригодная для расчётов.

Таким образом, по нашему мнению, можно использовать этот метод в том диапазоне частот, где токи в элементах колеблются в фазе. В рассматриваемой конфигурации «equal» фазы токов в элементах совпадают в низкочастотной области при  $\omega \leq \omega_0$ , как видно из Рис. 25. В этой области можно использовать коэффициент перекрытия сигналов  $K$ , определенный способом описанным выше, что позволит легко находить по отдельности значения коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия  $K_H$  и  $K_E$  с высокой точностью.

## ГЛАВА 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА В ГГц

В данной главе приводятся результаты использования нового метода определения по отдельности коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия в ГГц диапазоне для различных взаимных ориентаций двух метаатомов в плоскости. Полученные результаты сравниваются с аналитическими расчетами  $\kappa_H$  и  $\kappa_E$  и экспериментальными результатами для  $|\kappa|$ , полученными в предыдущих исследованиях

### 3.1 Конфигурация «equal»

Начнем с рассмотренной в предыдущей главе конфигурации «equal», когда щели элементов ориентированы в одном направлении, как показано на вставке Рис.26а. В результате численного моделирования были получены значения амплитуды и фазы токов, представленные на Рис. 26.

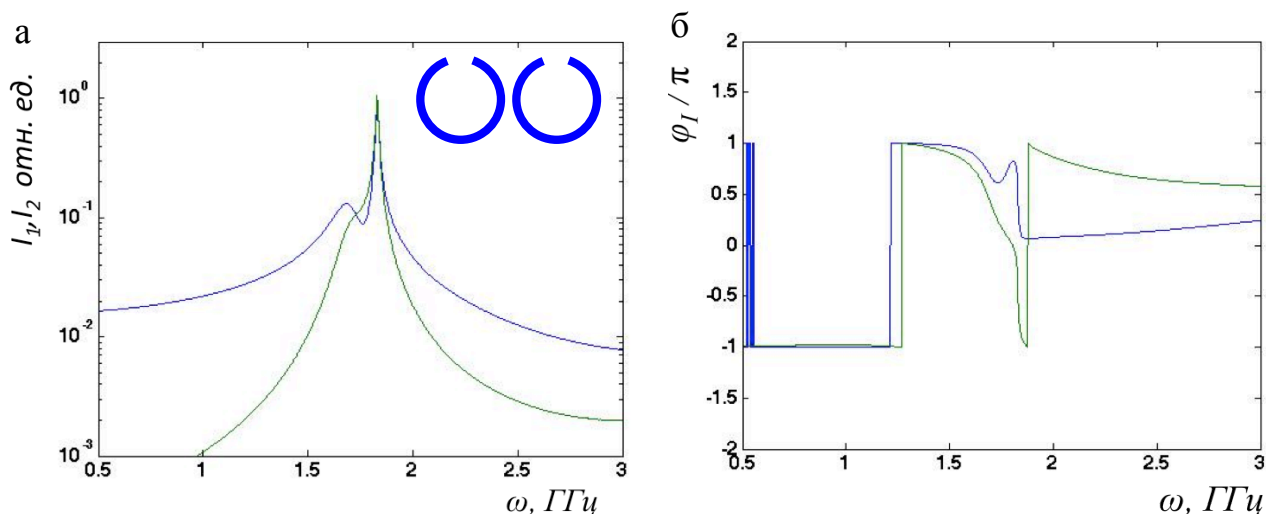


Рисунок 26 – Частотная зависимость амплитуд (а) и фаз (б) токов в двух взаимодействующих элементах, в первом (синий) и во втором (зеленый) для конфигурации «equal». Расстояние между краями элементов  $d=1$ мм,  $\omega_0=1.82$ ГГц.

Подставляя результаты численного моделирования в Программу, мы действительно получили линейные зависимости  $\text{Re}(\kappa)$  и  $\text{Im}(\kappa)$  (Рис. 27) и зависимость  $|\kappa|$  (Рис.28) от квадрата обратной приведенной частоты.

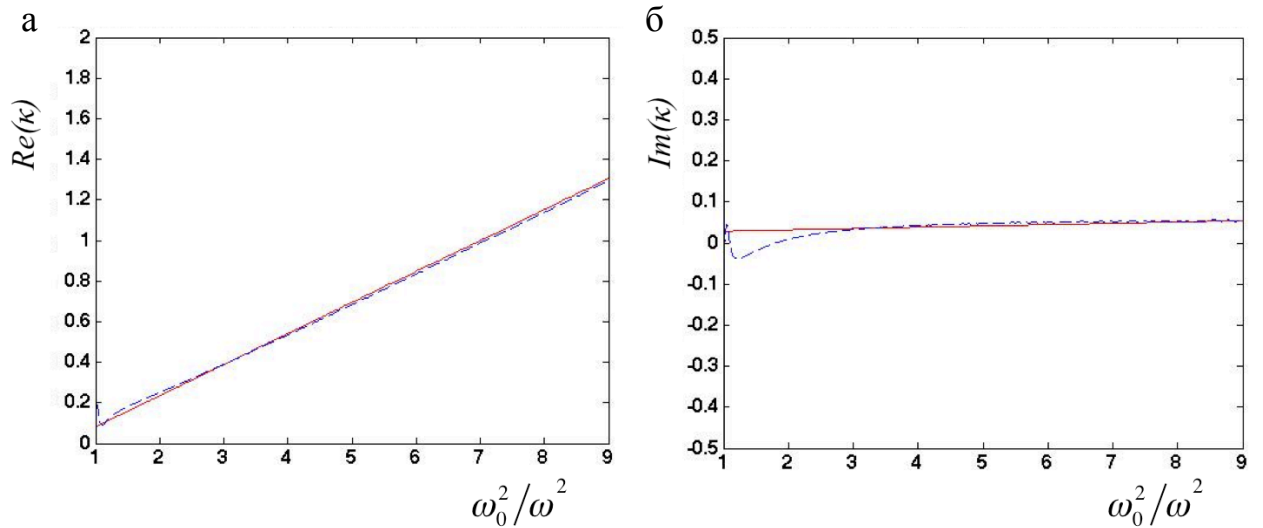


Рисунок 27 – Зависимость действительной  $Re(\kappa)$  (а) и мнимой  $Im(\kappa)$  (б) частей полного коэффициента взаимодействия  $\kappa$  от квадрата обратной приведенной частоты для конфигурации «equal». Расстояние между краями элементов  $d=1\text{мм}$ . Пунктир – результаты численного моделирования, прямая – их линейная аппроксимация в области нулевой разности фаз.

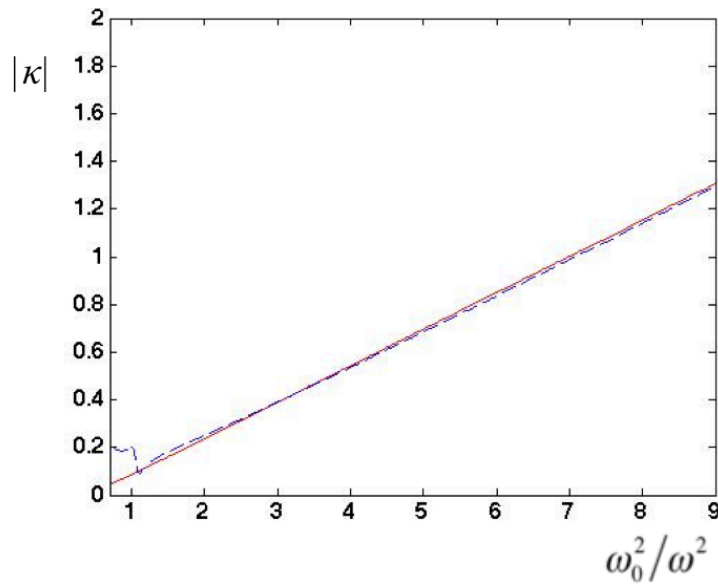


Рисунок 28 – Частотная зависимость модуля коэффициента полного взаимодействия  $|\kappa|$  в конфигурации «equal». Расстояние между краями элементов  $d=1\text{мм}$ . Пунктир – результаты численного моделирования, прямая – их линейная аппроксимация в области нулевой разности фаз.

Определенные таким образом значения для модулей коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия равны:

$$\begin{aligned} |\kappa_H| &= 0.07 \\ |\kappa_E| &= 0.17 \end{aligned}$$

Значение их фаз

$$\varphi_H = 0.9$$

$$\varphi_E = 0.02$$

Соответственно модуль полного взаимодействия для данной конфигурации  $|\kappa|=0.1$  полностью совпадает с предыдущими экспериментальными результатами [19].

Сравнивая полученные результаты с аналитическими ориентационными картами, полученными в статье [19] (Рис.29), можно легко видеть хорошее согласие полученных значений модулей и фаз коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия с результатами аналитического расчета. Как видно, в этом случае электрическое взаимодействие преобладает над магнитным, что дает возможность сконструировать метаматериал, в котором будут распространяться электроиндуктивные волны.

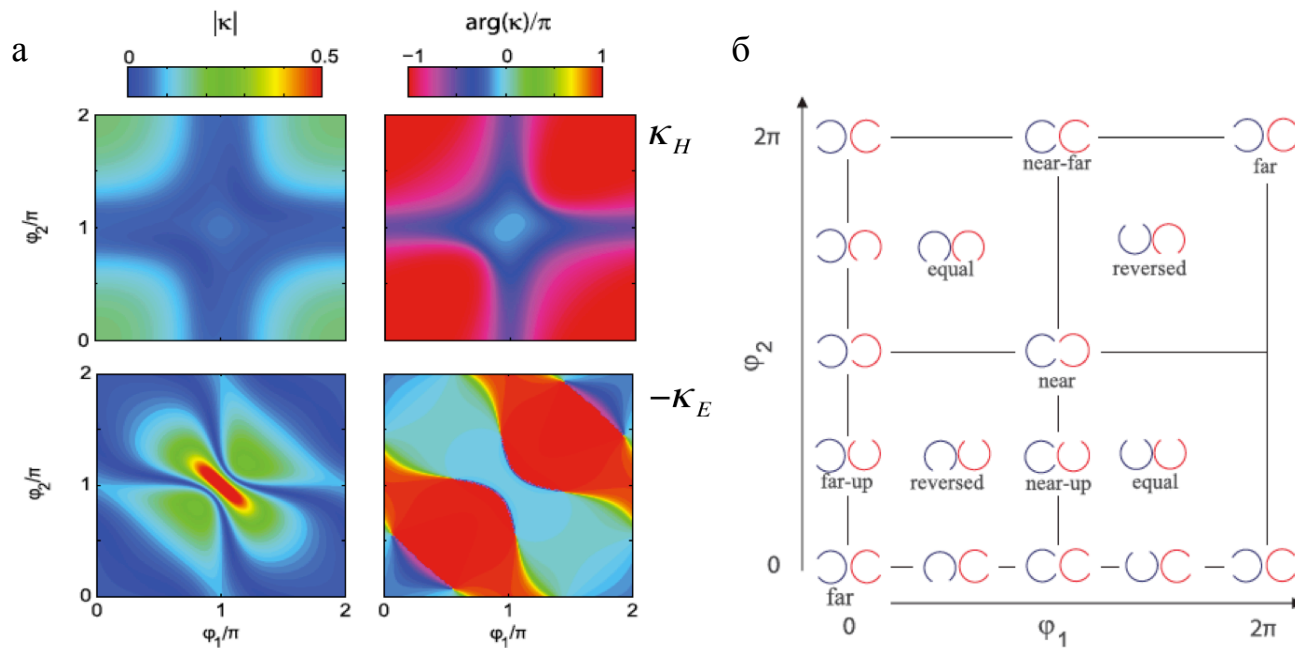


Рисунок 29 – (а) Ориентационная карта значений модулей (левая колонка) и фаз (правая колонка) коэффициентов магнитного  $\kappa_H$  (верхняя строчка) и электрического  $\kappa_E$  (нижняя строчка) взаимодействия [19]. По горизонтальной оси отложено вращение первого элемента, по вертикальной - второго.

(б) Схематичное изображение соответствующей взаимной ориентации элементов, синим цветом показана ориентация первого элемента, красным цветом второго.

### 3.2 Конфигурация «unequal»

Теперь рассмотрим конфигурацию «unequal», когда щели направлены в противоположные стороны, как показано на вставке на Рис.30. Полученные в результате численного моделирования значения амплитуд и фаз токов представлены на Рис. 30. Результаты, полученные нашим методом, показаны на Рис. 31 и 32.

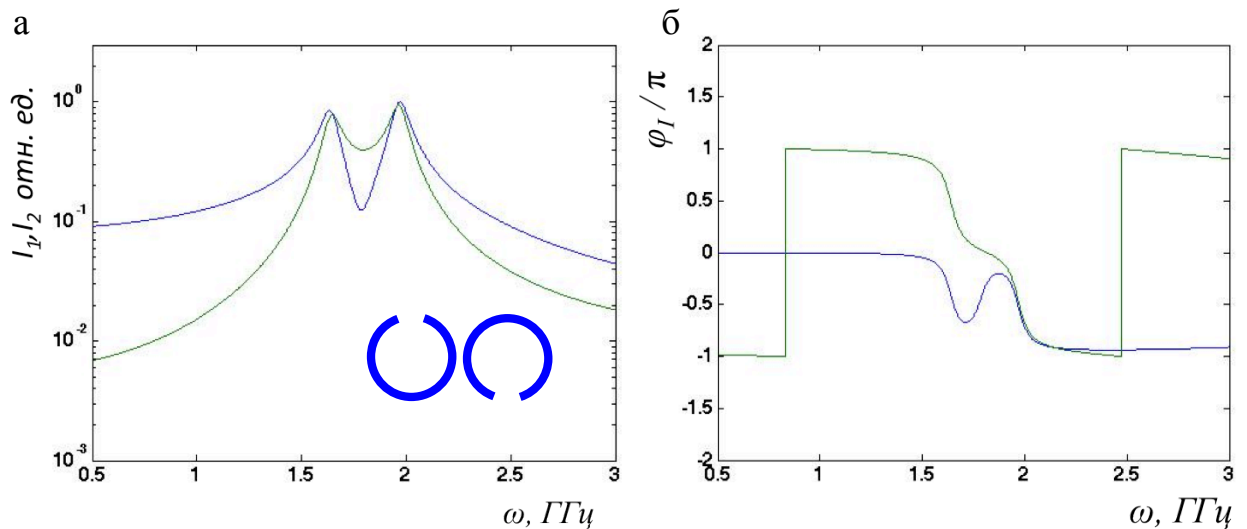


Рисунок 30 – Частотная зависимость амплитуд (а) и фаз (б) токов в двух взаимодействующих элементах, в первом (синий) и во втором (зеленый) для конфигурации «unequal». Расстояние между краями элементов  $d=1\text{мм}$ ,  $\omega_0=1.82\text{ГГц}$ .

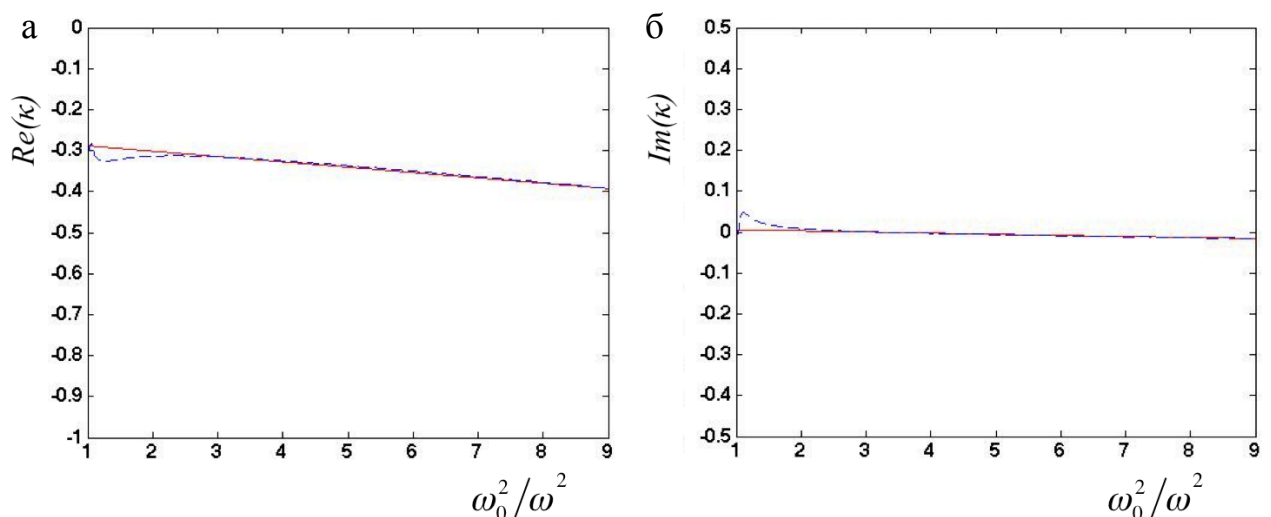


Рисунок 31 – Зависимость действительной  $\text{Re}(\kappa)$  (а) и мнимой  $\text{Im}(\kappa)$  (б) частей полного коэффициента взаимодействия  $\kappa$  для конфигурации «unequal», показанной на вставке. Расстояние между краями элементов  $d=1\text{мм}$ . Пунктир – результаты численного моделирования, прямая – их линейная аппроксимация в области нулевой разности фаз.



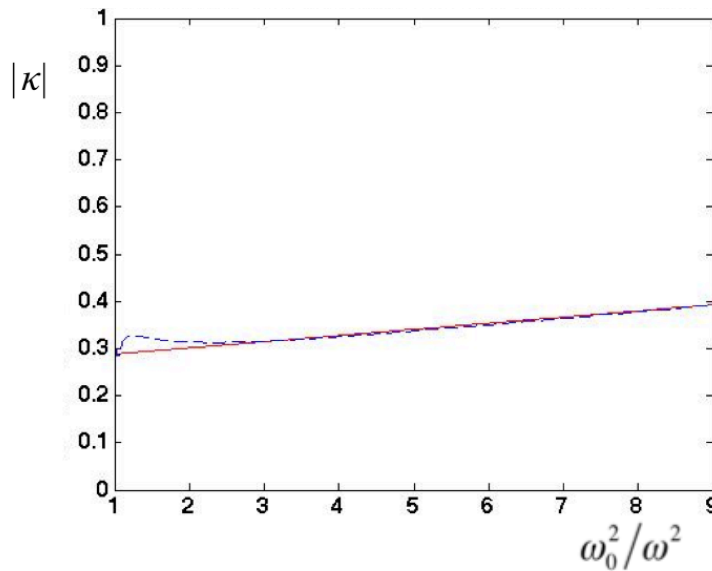


Рисунок 32 – Частотная зависимость модуля коэффициента полного взаимодействия  $|\kappa|$  в конфигурации «unequal» Расстояние между краями элементов  $d=1\text{мм}$ . Пунктир – результаты численного моделирования, прямая – их линейная аппроксимация в области нулевой разности фаз.

Полученные значения для модулей коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия равны:

$$\begin{aligned} |\kappa_H| &= 0.27 \\ |\kappa_E| &= 0.01 \end{aligned}$$

Значение их фаз

$$\begin{aligned} \varphi_H &= 0.99 \\ \varphi_E &= -0.92 \end{aligned}$$

Соответственно модуль полного взаимодействия для данной конфигурации  $|\kappa|=0.28$ , что так же совпадает с предыдущими экспериментальными результатами. Сравнивая полученные результаты с аналитическими ориентационными картами, полученными в статье [19] (Рис.29), так же получаем хорошее согласие полученных значений модулей и фаз коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия с результатами аналитического расчета.

В данном случае, из-за того, что области с наибольшей концентрацией зарядов (щели) расположены достаточно далеко друг от друга, магнитное взаимодействие существенно преобладает.

Таким образом, меняя взаимную ориентацию элементов в метаматериале можно изменять природу распространяющихся по структуре волн, и, соответственно, их дисперсионные характеристики.

### 3.3 Конфигурация «far»

Амплитуды и фазы токов, построенные для конфигурации «far», когда щели находятся на максимальном удалении, показаны на Рис.33. Результаты, полученные нашим методом, показаны на Рис. 34 и 35. На вставке Рис.33 схематично изображено положение элементов.

Полученные значения для модулей коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия показывают, что в данном случае взаимодействие исключительно магнитное:

$$|\kappa_H| = 0.18$$

$$|\kappa_E| = 0$$

Значение их фаз

$$\varphi_H = 0.99$$

$$\varphi_E = 0.08$$

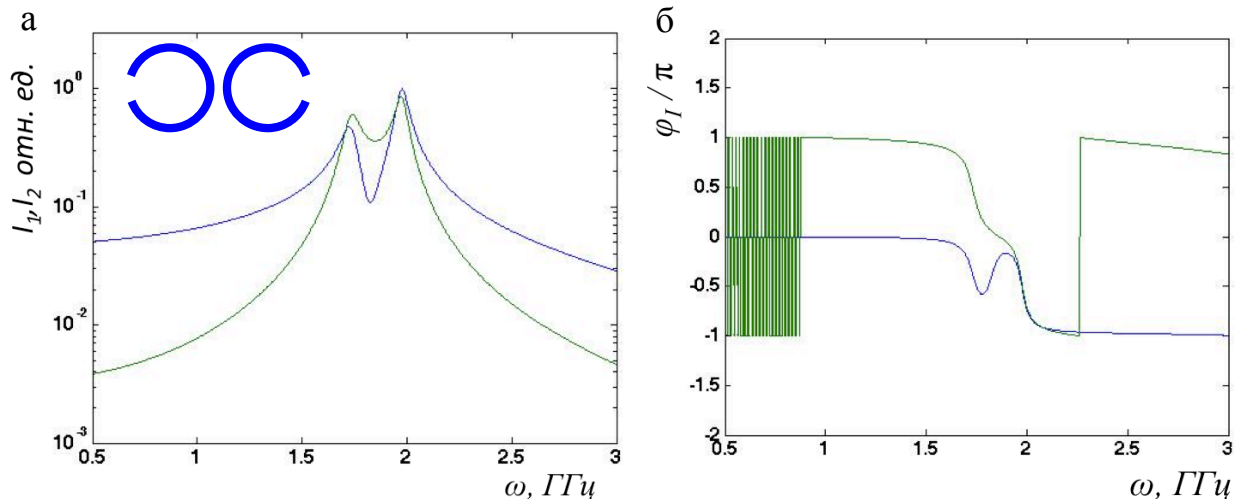


Рисунок 33 – Частотная зависимость амплитуд (а) и фаз (б) токов в двух взаимодействующих элементах, в первом (синий) и во втором (зеленый) для конфигурации «far». Расстояние между краями элементов  $d=1$ мм,  $\omega_0=1.82$ ГГц.

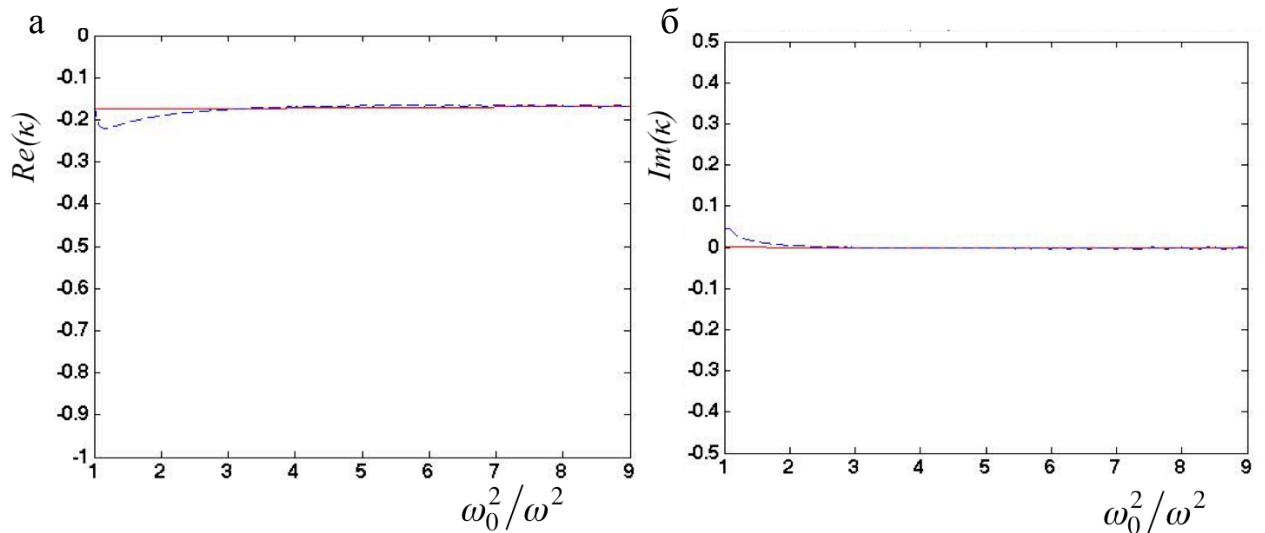


Рисунок 34 – Зависимость действительной  $Re(\kappa)$  (а) и мнимой  $Im(\kappa)$  (б) частей полного коэффициента взаимодействия  $\kappa$  от квадрата обратной приведенной частоты для конфигурации «far», показанной на вставке. Расстояние между краями элементов  $d=1\text{мм}$ . Пунктир – результаты численного моделирования, прямая – их линейная аппроксимация в области нулевой разности фаз.

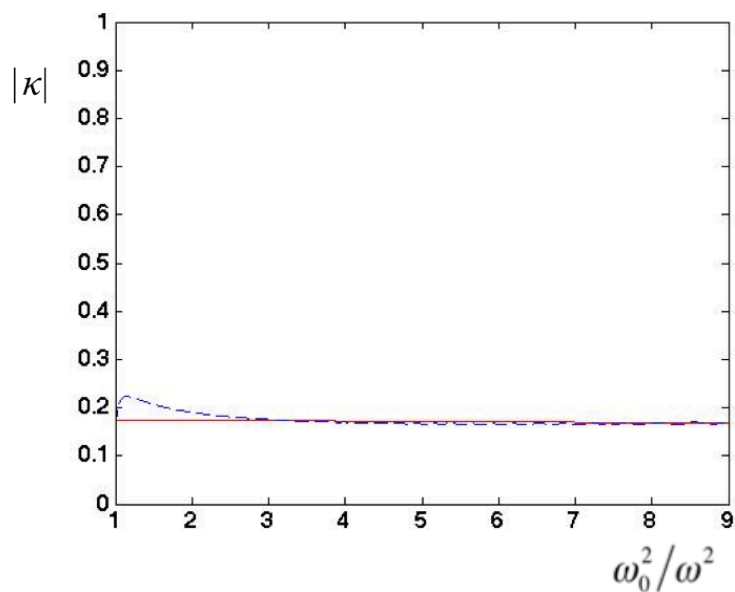


Рисунок 35 – Частотная зависимость модуля коэффициента полного взаимодействия  $|\kappa|$  в конфигурации «far». Расстояние между краями элементов  $d=1\text{мм}$ . Пунктир – результаты численного моделирования, прямая – их линейная аппроксимация в области нулевой разности фаз.

Соответственно модуль полного взаимодействия для данной конфигурации  $|\kappa|=0.18$  совпадает с предыдущими экспериментальными результатами. И мы по прежнему имеем хорошее согласие с аналитическими результатами (Рис. 29).

Таким образом, в ГГц диапазоне для трех основных ориентаций метаатомов в плоскости предложенным методом получены по отдельности значения коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия  $\kappa_H$  и  $\kappa_E$ . Достигнуто хорошее согласие с экспериментальными и аналитическими результатами и показана возможность конструирования метаматериалов с заранее заданным взаимодействием между метаатомами.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые предложен, разработан и апробирован в МГц и ГГц диапазонах новый метод определения по отдельности коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия  $\kappa_H$  и  $\kappa_E$  (модуль и фазу) и частотной зависимости  $\kappa(\omega)$  коэффициента полного взаимодействия по экспериментальным измерениям или результатам численного моделирования расщепления резонансного сигнала двух взаимодействующих метаатомов магнитных метаматериалов.

Впервые показана необходимость учитывать перекрытие сигналов двух близкорасположенных метаатомов в МГц и ГГц диапазонах. Впервые разработана и использована методика разделения сигналов. Разработан способ определения коэффициента  $K$  перекрытия сигналов, получены его зависимости от частоты. Показана существенная анизотропия коэффициента перекрытия сигналов при различных ориентациях метаатомов в ГГц диапазоне.

Обсуждены границы применимости данного метода, в частности показано, что для правильного применения коэффициента перекрытия сигналов необходимо применять метод в области частот вблизи резонанса, когда токи в элементах находятся в фазе или противофазе.

Создана программа в пакете MathLab автоматического определения  $\kappa_H$  и  $\kappa_E$ . Проведено численное моделирование взаимодействия метаатомов в ГГц диапазоне в пакете CST Microwave Studio. Проведено экспериментальное исследование взаимодействия метаатомов на близком расстоянии в МГц диапазоне.

Полученные новым методом значения коэффициентов взаимодействия в МГц и ГГц диапазоне совпадают с результатами аналитического расчета и экспериментальными значениями коэффициента полного взаимодействия на резонансной частоте полученными ранее. Результаты применения метода позволяют не только качественно оценить преобладающий характер взаимодействия метаатомов, но и количественно оценить величину магнитного

и электрического взаимодействия, что позволит правильно прогнозировать дисперсионные характеристики магнитоиндуктивных и электроиндуктивных волн при создании метаматериалов с заранее заданными свойствами.

Данный метод определения  $\kappa_H$  и  $\kappa_E$  носит универсальный характер и позволяет определять коэффициенты взаимодействия по отдельности в широком диапазоне частот для любых возможных конфигураций метаатомов.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Веселаго В.Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями  $\epsilon$  и  $\mu$ . УФН, т. 92, с. 517-522. 1968.
2. Solymar L. and Shamoina E. *Waves in Metamaterials*. Oxford Univ. Press., Oxford. 2009.
3. Sydoruk O. Tailoring the properties off metamaterial for linear and nonlinear applications. Osnabrueck. PhD Thesis. 2007.
4. Wiltshire M.C.K., Pendry J.B., Young I.R., Larkman J., Gildirdale D.J. and Hajnal J.V. (). Micristructured magnetic materials for radio frequency operation in magnetic resonance imaging (MRI). *Science*, 291, 849-851. 2001.
5. Alu, A. and Engheta, N. Achieving transparency with plasmonic and metamaterial coatings. *Phys. Rev. E*, 72, 016623–1–9. 2005.
6. Radkovskaya A., Shamoin M., Stevens C. J., Faulkner G., Edwards D. J., Shamoina E., and Solymar L. Resonant frequencies of a combination of split rings: experimental, analytical and numerical study. *Microwave and optical technology letters*. V. 46. No. 5. P. 473-476. 2005.
7. Sydoruk O., Tatartschuk E., Shamoina E., and Solymar L. Analytical formulation for the resonant frequency of split rings. *J. Appl. Phys.* No. 105, P. 014903-1-014903-4. 2009.
8. Soukoulis M., Wegener M. Past achievements and future challenges in the development of three-dimensional photonic metamaterials. *Nature photonics* V.5 p.523-530. 2011.
9. Sydoruk O., Radkovskaya A., Zhuromskyy O., Shamoina E., Shamoin M., Stevens C. J., Edwards D. J., Faulkner G., and Solymar L. Tailoring the near-field guiding properties of magnetic metamaterials with two resonant elements per unit cell. *Phys. Rev. B*, 73, 224406-1-12. 2006.
10. Beruete M., Freire M. J., Marques R., Falcone F., and Baena J.D. Electroinductive chains of complementary metamaterial elements. *Appl. Phys. Lett.*, 88, 083503–1–3. 2006.

11. Liu Z., Lee H., Xiong Y., Sun C., and Zhang X. (2007). Farfield optical hyperlens magnifying sub-diffraction-limited objects. *Science*, 315, 1686–1686.
12. M. J. Freire and R. Marques (2009). On the applications of metamaterial lenses for magnetic resonance imaging. *Journal of Magnetic Resonance* 203, 81–90. 2010.
13. Syms R.R.A., Floume T., Young I.R., Solymar L., Rea M. Flexible magnetoinductive ring MRI detector: Design for invariant nearest-neighbour coupling. *Metamaterials* 4, 1–14. 2009.
14. Shamonina E., Kalinin V. Ringhofer, K., Solymar L. Magneto-inductive waveguide. *Electron. Lett.*, 38, p. 371–372. 2002.
15. Пальванова Г.С. Фононоподобная дисперсия в дискретных магнитных метаматериалах в МГц диапазоне. 2013.
16. Radkovskaya A., Shamonin M., Stevens C.J., Edwards D.J., Shamonina E., Solymar L. An experimental study of the properties of magnetoinductive waves in the presence of retardation, *J. Magn. Mater.*, 300, 29. 2006.
17. Radkovskaya A, Shamonina E. Band structure of Mono- and Diatomic Metamaterials with Inter-Element Coupling. 7th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics – Metamaterials Thesis. 2013.
18. Sydoruk O., Radkovskaya A., Zhuromskyy O., Shamonina E., Solymar L. Magnetoinductive waves I: Chapter 14 in *Theory and Phenomena of Metamaterials*. Handbook of Artificial Materials. F. Capolino (Ed), CRC Press. 2009.
19. Radkovskaya A., Tatartschuk E., Hesmer F., Stevens C., Edwards D., Shamonina E. Coupling between split rings: an experimental, numerical and analytical study, 2<sup>nd</sup> intern. Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics, *Metamaterials'2008*, Pamplona. 2008.
20. Tatartschuk E., Gneiding N., Hesmer F., Radkovskaya A., Shamonina E. Mapping inter-element coupling in metamaterials: Scaling down to infrared, *J. Appl. Phys.* No. 111. P. 094904-1-094904-9. 2012.



21. Лебедева Е.И. Особенности взаимодействия между метаатомами в дискретных магнитных метаматериалах в ГГц диапазоне. 2012.
22. Radkovskaya A, Shamonina E. Band structure of Mono- and Diatomic Metamaterials with Inter-Element Coupling. 7th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics – Metamaterials Thesis. 2013.
23. Радковская А.А., Прудников В.Н. П.Н., Бабушкин А.К., Королев А.Ф., Сухоруков А.П. Специальный физический практикум. 2009.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Прежде всего автор выражает огромную благодарность своему научному руководителю Анне Александровне Радковской за умелое руководство а так же за важные советы и помощь в решении различных проблем, возникавших при проведении данной работы.

Автор так же благодарен всем сотрудникам кафедры магнетизма, особенно куратору группы доценту Ольге Анатольевне Котельниковой за доброжелательность и педагогический профессионализм, и сотрудникам кафедры фотоники и физики микроволн доц. А.Ф.Королеву, доц. П.Н.Захарову и А.Белову за возможность проведения экспериментальных исследований на установке, созданной на базе анализатора спектра фирмы *Rohde&Schwarz ZVB20*.

Отдельную благодарность автор выражает профессору Валерию Николаевичу Прудникову за рецензирование работы и ценные замечания.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Программа в пакете MathLab для определения по отдельности коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия метаатомов в ГГц диапазоне по результатам численного эксперимента в CST Microwave Studio.

```
clear all
close all
file = 'CST_K_far_1'; %Имя файла сигналов для определения K
file1 = 'CST_far_001'; %Имя файла сигналов для определения токов
[I, f, s] = prac_K_CST(file); %Считывание файла сигналов для определения K
K1=I(1,:);
K2=I(2,:);
[I, f, s] = prac_currents_xy_CST(file1); % Считывание файла сигналов для определения токов.
fmax=3*10^9; % Интервал частот – максимальная частота
fmin=0.5*10^9; % – минимальная частота
Step=(fmax-fmin)/1000; % шаг по частоте частоте
kapH=-0.17+i*0.0015; % начальные значения коэф. магн. взаимод. kH для первой итерации
kapE=0.0008+i*0.0001; % начальные значения коэф. электр. взаимод. kE для первой итерации
L=3.65*10.^-8./(2.*pi); % Индуктивность метаатома
Q0=29; %Добротность
w0=1.82*10^9; %Резонансная частота из резонансной кривой
C=1/(w0.^2.*L); %Ёмкость метаатома из w0 и L
V0=1; %возбуждение
W=fmin:Step:fmax; %Интервал частот
M=(L./2).*kapH; %Взаимоиндукция для первой итерации
K=(C.*2)./kapE; %Взаимная ёмкость для первой итерации
Q=(W*Q0)./w0;
%//////////ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ЗАВИСИМОСТИ//////////
Z=(1-((w0.^2)./(W.^2))-(i./Q));
Y=(M./L-((w0.^2)./(W.^2)).*(C./K));
D=Z.^2-Y.^2;
IT1=-((V0./((D.*i.*W.*L))).*Z);
IT2=(V0./((D.*i.*W.*L))).*Y;
Ktme=-2*(IT2./IT1).*(1-((w0.^2)./(W.^2))-(i./Q));
ITrel=IT2./IT1;
Ktot=kapH-kapE.*((w0.^2)./(W.^2)); % теор. значение коэф. полного взаимод. к
%//////////ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ//////////
I10=I(1,:);
I20=I(2,:);

K=(K2)./(K1); %Коэффициент перекрытия сигналов
I1=(I10-K.*I20)./(1-K.^2); %Ток в первом элементе
I2=(I20-K.*I10)./(1-K.^2); %Ток во втором элементе
Irel=((I2)./(I1));
X=-((w0./W).^2)+1-(i./Q);
Kme=2.*(I2./I1).*X;
Fi=atan(imag(Kme)./real(Kme));
%//Определение резонансной частоты и добротности из экспериментального соотношения токов в элементах /
kapHr=kapH;
kapEr=kapE;
for N=1:1:1000; % определение резонансной частоты
    w0p=(1.6+N*0.001)*10^9;
    Cp=1/(w0p.^2.*L);
    Mp=(L./2).*kapHr;
    Kp=(Cp.*2)./kapEr;
    Q0p=20;
    Qp=((W.*Q0p)./w0p);
```

```

Zp=(1-((W0p.^2)./(W.^2))-i./Qp));
Yp=(Mp./L-((W0p.^2)./(W.^2)).*(Cp./Kp));
Dp=Zp.^2-Yp.^2;
IT1p=-(V0./(Dp.*i.*W.*L)).*Zp;
IT2p=(V0./(Dp.*i.*W.*L)).*Yp;
Irelp=IT2p./IT1p;
delta=(real(Irelp)-real(Irel)).^2;
S(N)=sum(delta);
end;
[s,n]=min(S);
W0p=(1.6+n*0.001)*10^9;
for N=1:1:1000; % определение добротности
    Q0p=0+N*1;
    Qp=(W.*Q0p)./W0p;
    Zp=(1-((W0p.^2)./(W.^2))-i./Qp));
    Yp=(Mp./L-((W0p.^2)./(W.^2)).*(Cp./Kp));
    Dp=Zp.^2-Yp.^2;
    IT1p=-(V0./(Dp.*i.*W.*L)).*Zp;
    IT2p=(V0./(Dp.*i.*W.*L)).*Yp;
    Irelp=IT2p./IT1p;
    delta=(abs(real(Irelp))-abs(real(Irel))).^2;
    S(N)=sum(delta);
end;
[sQ,nQ]=min(S);
%////////ТЕОРЕТИЧЕСКИЕЗАВИСИМОСТИ С ПОДОБРАННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ////////
Q0p=0+nQ*1;
Qp=(W.*Q0p)./W0p;
Zp=(1-((W0p.^2)./(W.^2))-i./Qp));
Yp=(Mp./L-((W0p.^2)./(W.^2)).*(Cp./Kp));
Dp=Zp.^2-Yp.^2;
IT1p=-(V0./(Dp.*i.*W.*L)).*Zp;
IT2p=(V0./(Dp.*i.*W.*L)).*Yp;
Irelp=IT2p./IT1p;
N=1:1:1000;
%//ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ С УЧЕТМ ПОДОБРАННЫХ ПАРАМЕТРОВ /
Qp=(W.*Q0p)./W0p;
Xp=(-((W0p./W).^2)+1-i./Q0p));
Kмер=(-2.*(I2./I1).*Xp);
Fip=(imag(Kме)./real(Kме));
%//////////ЛИНЕЙНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ////////////
f1A=0.51*10^9; %Область аппроксимации
f2A=1.2*10^9;
n1=ceil(-1000*(f1A-fmin)/(fmin-fmax));
n2=ceil(-1000*(f2A-fmin)/(fmin-fmax));
WA=f1A:Step:f2A;
WP=(W0p./WA).^2;
KмеP=f1A:Step:f2A;
for NN=n1:1:n2;
    KмеP(NN-n1+1)=Kмер(NN);
end
p = polyfit((W0p./WA).^2,(KмеP), 1);
КАРЕ=p(1); % коэффициент электрического взаимодействия
КАРН=p(2); % коэффициент магнитного взаимодействия
ktot=КАРН+КАРЕ.*((W0p.^2)./(W.^2)); % коэффициент полного взаимодействия

```

Далее мы имеем возможность построить все необходимые нам графики.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### Описание экспериментальной установки

Основная часть экспериментальной работы была выполнена на измерительной установке, построенной на базе векторного анализатора цепей Rohde&Schwarz ZVB20, позволяющей в автоматическом режиме проводить одномерное сканирование поверхности с микронным разрешением. Технические характеристики анализатора спектра приведены в Таблице 2, а его внешний вид показан на Рис.36.

Таблица 2. Технические характеристики анализатора спектра  
Rohde&Schwarz ZVB20

Диапазон измерений	от 10 МГц до 20 ГГц
Количество измерительных портов	два или четыре
Время измерения одной точки при полосе ПЧ 500 кГц, режим CW	<4,5 мкс
Время измерения (201 точка)	<4,5 мс
Время передачи данных (201 точка) По шине IEC/IEEE	<2,9 мс
По локальной сети 100 Мбит/с по протоколу VX11	<1,3 мс
По локальной сети 100 Мбит/с по протоколу RSIB	<0,7 мс
Время переключения Между каналами	<1 мс
Между наборами настроек	<10 мс
Динамический диапазон в полосе измерения 10 Гц (зависит от типа прибора)	
Между измерительными портами (спец.)	>120 дБ
Между измерительными портами (тип.)	>130 дБ
Выходная мощность измерительного порта	>10 дБмВт, тип. 15 дБмВт
Диапазон развертки по мощности	>40 дБ, тип. 55 дБ
Полоса ПЧ	от 1 Гц до 500 кГц
Количество каналов, диаграмм, кривых	>100 для каждого
Количество точек на кривую	от 1 до 60001
Операционная система	Windows XP Embedded

В качестве антенн для возбуждения элементов и измерения сигнала, пропорционального току, наведенному в элементе, используется коаксиальный кабель, внутренний провод которого запаян на внешнюю оплетку кабеля. Антенны имеют форму кольца, радиусом 3 мм (Рис.37).



Рисунок 36 – Внешний вид векторного анализатора спектра Rohde & Schwarz ZVB20.



Рисунок 37 – Внешний вид приемной антенны: коаксиальный кабель, внутренний провод которого запаян на внешнюю оплетку, образует кольцо с радиусом 3 мм.

Расстояние между антеннами и внешними краями элементов составляет от 2 до 5мм (но не меняется в процессе эксперимента). Такое расстояние выбирается чтобы, с одной стороны избежать возникновения значительной дополнительной емкости между антеннами и элементами, и, следовательно, искажения сигнала; с другой стороны сигнал все еще достаточно сильный по отношению к шуму. Приемная антенна находится на подвижном блоке, который в автоматическом режиме с заданным шагом перемещается вдоль горизонтальной линии (что позволяет устанавливать приемную антенну в строго заданном месте). Приемный блок имеет два возможных положения приемной антенны. Внешний вид блока приемной антенны показан на Рис.37.

При измерении в МГц использовался диапазон частот 30-80 МГц с шагом 1601, что давало возможность определить резонансную частоту с точностью до 0.03%.

При измерении в ГГц использовался диапазон частот 1-3 ГГц с шагом 1601, что давало возможность определить резонансную частоту с точностью до 0.04%.

### ПРИЛОЖЕНИЕ 3

#### Описание модели для численного эксперимента в пакете CST Microwave Studio

При проведении численного эксперимента использовалось сеточное разбиение пространства с переменным шагом. Вблизи колец шаг сетки с помощью делался более мелким для повышения точности вычислений. Минимальный шаг составил 0.3 мм, максимальный, вдали от кольца, 4 мм. Кроме того, узлы сетки фиксировались в точках измерения магнитного поля для минимизации ошибки его определения, а также в углах элемента, для учета краевых эффектов. На Рис. 38 показано разбиение подобной сеткой плоскости  $YZ$ , проходящей через центр кольца.

Исследуемая область представляла собой куб, размеры которого определялись из условия, что расстояние от края элементов до границы области должно быть не меньше, чем 30 мм. При исследовании коэффициента перекрытия сигналов это расстояние увеличивалось до 70мм, чтобы включить область расположения второго элемента. Границы данной области были открытыми.

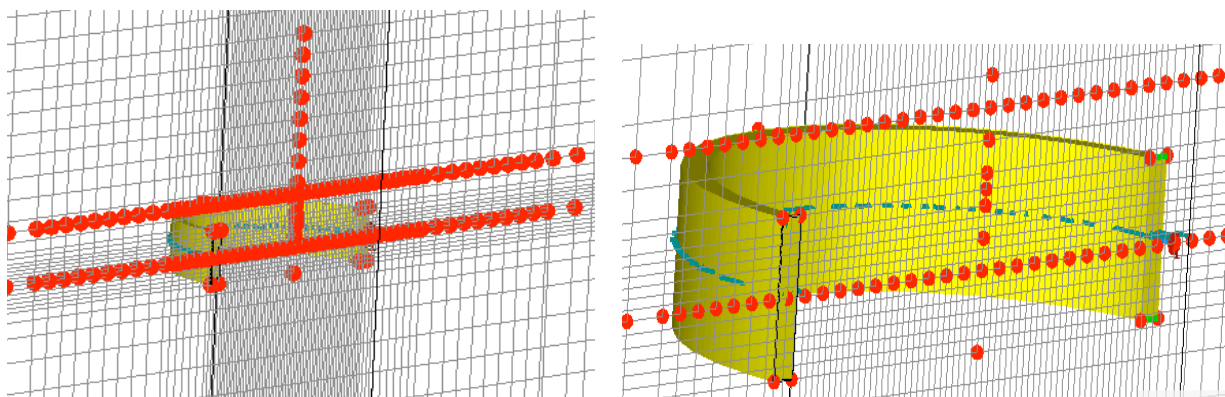


Рисунок 38 – Сеточное разбиение секущей плоскости  $YZ$ , проходящей через центр кольца. Красным показаны фиксированные точки.



В качестве метаатомов в ГГц диапазоне рассматривались расщепленные кольцевые резонаторы с параметрами колец, используемых в экспериментах. Параметры элементов представлены в таблице 3.

Таблица 3. Параметры модели метаатома в ГГц диапазоне

<b><i>Исходные параметры</i></b>	
внешний радиус кольца	$r_0 = 11.5 \text{ мм}$
толщина кольца	$w = 1 \text{ мм}$
ширина щели	$g = 2 \text{ мм}$
высота кольца	$l = 5 \text{ мм}$
материал	<i>Pure Cu</i>
<b><i>Рассчитанные параметры</i></b>	
резонансная частота	$\omega_0 = 1.82 \text{ ГГц}$
добротность	$Q = 29$

Рассчитанные параметры полностью согласуются с экспериментальными данными.

Возбуждение элемента моделируется с помощью точечного источника переменного тока величиной 1А соединенного с границами щели.

Рассматриваемый интервал частот составлял от 0.5 до 3 ГГц.

Для определения токов в элементах и распределения магнитного поля в пространстве используется функция «Filed monitor».

Данные записываются в файл с расширением .dat