

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА МАГНЕТИЗМА

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

**«ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
В ПЛОТНОУПАКОВАННЫХ
МАГНИТНЫХ МЕТАМАТЕРИАЛАХ»**

Выполнил студент
219М группы:
Петров П.С.

Научный руководитель:
доцент Радковская А.А.

Допущен к защите 28.05.2017
Зав. кафедрой магнетизма
профессор Перов Н.С. _____

Москва
2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	
ГЛАВА 1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕМЕНТОВ МАГНИТНЫХ МЕТАМАТЕРИАЛОВ И МАГНИТОИНДУКТИВНЫЕ ВОЛНЫ	3
1.1. Анизотропия коэффициентов взаимодействия МГц и ГГц диапазонах	6
1.2. Медленные волны в магнитных метаматериалах	10
ГЛАВА 2. МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ МАГНИТНОГО И ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ κ_H И κ_E	14
2.1. Зависимость коэффициента полного взаимодействия от частоты	14
2.2. Метод определения κ_H и κ_E	16
ГЛАВА 3. ПЛОТНОУПАКОВАННЫЕ МЕТАМАТЕРИАЛЫ В МГц	18
3.1. Учет перекрытия сигналов и паразитного возбуждения	18
3.2. Электрическое взаимодействие	22
3.3. Дисперсия МИ волн в плотноупакованных метаматериалах	24
ГЛАВА 4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕМЕНТОВ В ГГц	29
4.1. Полевой подход	29
4.2. Учет объемного распределения зарядов и токов	31
4.3. Зависимость коэффициентов взаимодействия от частоты	33
ВЫВОДЫ	39
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	41
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	42
БЛАГОДАРНОСТИ	46
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	47
ПРИЛОЖЕНИЕ 2	50
ПРИЛОЖЕНИЕ 3	52

ВВЕДЕНИЕ

Метаматериалы представляют собой искусственно созданные композитные материалы. Их свойства определяются не только индивидуальными физическими свойствами их компонентов, но также и микроструктурой. Термин «метаматериалы», происходящий от греческого слова (*μετα*), означающего «вне, выше, за пределами», часто применяют по отношению к структурам, которые демонстрируют ненаблюдаемые в природе свойства. Во второй половине прошлого века В.Г.Веселаго впервые теоретически рассмотрел возможность существования отрицательного показателя преломления при одновременно отрицательных ϵ и μ [1]. Но только в 2001 году был впервые экспериментально создан метаматериал, в котором был на практике реализован отрицательный показатель преломления [2,3]. Вскоре после этого были теоретически предложены возможные практические применения метаматериалов. Среди них можно выделить создание идеальной линзы [4], использование метаматериалов для целей маскировки [5], а так же достижение сверхнаправленности электромагнитного излучения [6].

Магнитные метаматериалы состоят из большого числа периодически расположенных металлических резонаторов, с размерами много меньше длины волны электромагнитного (ЭМ) излучения. Такие резонаторы можно рассматривать как «метаатомы». Отклик метаматериала на ЭМ поле определяется не только индивидуальными физическими свойствами отдельных резонансных элементов [7,8], но и взаимодействием между ними [9]. Таким образом, путем изменения параметров этих элементов и их взаимной ориентации возможно управлять электромагнитными свойствами метаматериалов [2].

Это взаимодействие может приводить к возникновению медленных волн взаимодействия. В 2002 году, как примеры таких волн, были впервые описаны магнитоиндуктивные (МИ) волны, названные так, чтобы подчеркнуть магнитную природу взаимодействия между элементами магнитных

метаматериалов в МГц диапазоне [10]. В зависимости от знака коэффициента взаимодействия МИ волны могут иметь положительную или отрицательную групповую скорость [10]. В свою очередь знак взаимодействия и его величина определяются не только параметрами элементов, но и их взаимным расположением. МИ волны уже нашли практическое применение, например, при усилении сигнала в МРТ [11], в магнитоиндуктивной линзе [12] или как поляризаторы [13].

К настоящему времени уже достаточно детально с учетом взаимодействия метаатомов разработана теория МИ волн, которая хорошо описывает свойства реальных метаматериалов в МГц диапазоне [2]. Однако при недавних исследованиях плотноупакованных метаматериалов в МГц диапазоне возникла ситуация, когда даже учет взаимодействия третьих и четвертых соседей не мог достаточно хорошо описать дисперсию МИ волн. Было высказано предположение, что на близких расстояниях между металлическими частями метаатомов возникает и электрическое взаимодействие в МГц диапазоне [14].

В ГГц диапазоне из-за неоднородного распределения зарядов и токов в элементах, становится более существенным электрическое взаимодействие. Более того, из-за эффектов запаздывания на высоких частотах, коэффициенты взаимодействия становятся комплексными, зависящими от частоты величинами [15]. Однако до недавних пор не существовало методов определения по отдельности коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия по экспериментальным данным. Очевидно, что для эффективного использования метаматериалов для управления ЭМ полем на субволновом уровне и создания метаматериалов с заранее заданными свойствами, необходимо точно понимать особенности взаимодействия метаатомов в широком диапазоне частот.

Исходя из этого, целью данной работы является разработка нового метода исследования характера взаимодействия метаатомов в плотноупакованных метаматериалах в МГц и ГГц диапазонах.

Для достижения поставленной цели были поставлены следующие задачи:

- разработать новый универсальный метод определения по отдельности коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия;

- экспериментально подтвердить наличие электрического взаимодействия в МГц диапазоне в плотноупакованных метаматериалах и показать, что оно оказывает существенное влияние на дисперсионные характеристики МИ волн;

- определить границы применимости предложенного метода для более высоких частот;

- модернизировать полевой подход для аналитического расчета коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия в ГГц диапазоне с учетом скин-эффекта и неравномерного распределения зарядов и токов в метаатомах;

- получить аналитические выражения для частотных зависимостей реальных и мнимых частей коэффициентов взаимодействия.

Данная работа состоит из введения, пяти глав, выводов, заключения и списка использованных источников, включающего 27 наименований. Работа содержит 45 страниц печатного текста и 8 страниц приложений, включая 25 рисунков и 4 таблицы.

ГЛАВА 1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕМЕНТОВ МАГНИТНЫХ МЕТАМАТЕРИАЛОВ И МАГНИТОИНДУКТИВНЫЕ ВОЛНЫ

1.1 Анизотропия коэффициентов взаимодействия в МГц и ГГц диапазонах

Для создания магнитных метаматериалов в МГц диапазоне обычно в качестве элементов используют расщепленные резонансные кольца с впаянной емкостью (Рис.1а). Данные элементы можно рассматривать как эквивалентные LC -контуры [16] (Рис. 1б) с соответствующим значением резонансной частоты

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1)$$

и добротности

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (2)$$

где L – самоиндукция, R –сопротивление, C – емкость элементов.

Такие элементы могут иметь размеры порядка нескольких сантиметров, что намного меньше длины электромагнитной волны в данном диапазоне (около 5 метров), за счет дополнительной впаянной емкости. Это позволяет не учитывать запаздывание электромагнитных волн, и считать, что токи в элементе распределены равномерно по всей его поверхности.

Все это приводит к тому, что взаимодействие двух близко расположенных метаатомов преимущественно магнитное [10].



Рисунок 1 – (а) – Пример мета-атома в МГц диапазоне - расщепленное резонансное кольцо с впаянной емкостью. Внешний диаметр кольца – 23 мм, размер щели 2 мм, впаянная емкость $C=330$ пФ, резонансная частота $\omega_0=50.22$ МГц, добротность $Q=160$. (б) – Эквивалентный LC контур

Коэффициент этого взаимодействия равен:

$$\kappa_H = \frac{2M}{L}, \quad (3)$$

где M – взаимоиндукция элементов [2,16].

При взаимодействии двух элементов происходит расщепление резонансных сигналов (Рис.2). В случае только магнитного взаимодействия, из экспериментальных значений резонансных частот, определяемых по сигналам от каждого из элементов, можно определить значение коэффициента взаимодействия κ_H :

$$\kappa_H = 2 \left(\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\omega_1^2 + \omega_2^2} \right), \quad (4)$$

где ω_1 – нижняя резонансная частота, ω_2 – верхняя резонансная частота [2, 17].

Исследование взаимодействия двух расщепленных резонансных колец в МГц диапазоне уже было подробно проведено для различных взаимных конфигураций метаатомов при различных расстояниях [9, 17]. Получено хорошее согласие теории и эксперимента.

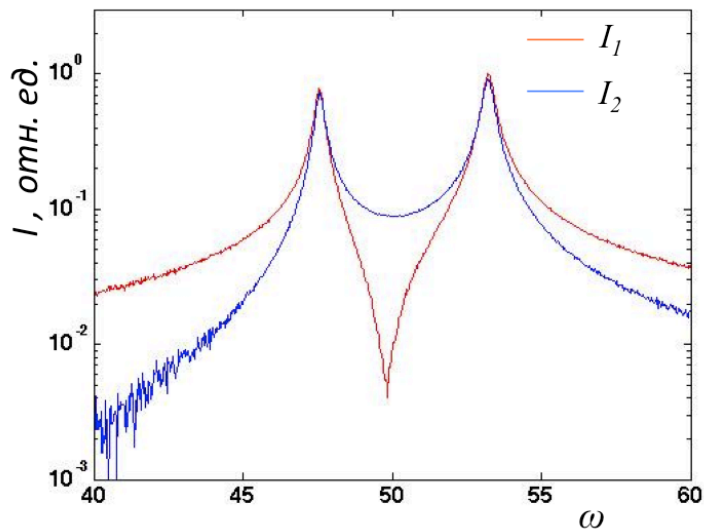


Рисунок 2 – Типичные экспериментальные зависимости токов в двух взаимодействующих резонансных элементах от частоты ω . I_1 – ток в первом элементе (красная линия), I_2 – во втором (синяя линия). Резонансная частота элементов $\omega_0=50.22$ МГц. Расстояние между элементами $d=10$ мм. Резонансные частоты: $\omega_1=47.8$, $\omega_2=52.9$.

В ГГц диапазоне ситуация изменяется. В качестве элементов в этом интервале частот можно использовать такие же расщепленные резонансные кольца, но без впаянной емкости. Их радиус остается прежним, но резонансная частота в этом случае увеличивается до 2 ГГц и длина волны в этом случае будет около 15 см, что становится сравнима с размерами структуры. В этом случае уже необходимо учитывать запаздывание (Рис.3). Коэффициент взаимодействия становится комплексной величиной [15], а его электрическая составляющая начинает играть более существенную роль.

В этом случае распределение зарядов и токов вдоль элементов уже не будет однородным [18]. Заряды будут сконцентрированы около щели, и, соответственно, там же будет находиться результирующий электрический диполь. Ток, напротив, будет максимален в противоположной части кольца, и там же будет локализован результирующий магнитный диполь (рис.4). Очевидно, что в этом случае будет наблюдаться существенная анизотропия взаимодействия в зависимости от взаимной ориентации колец.

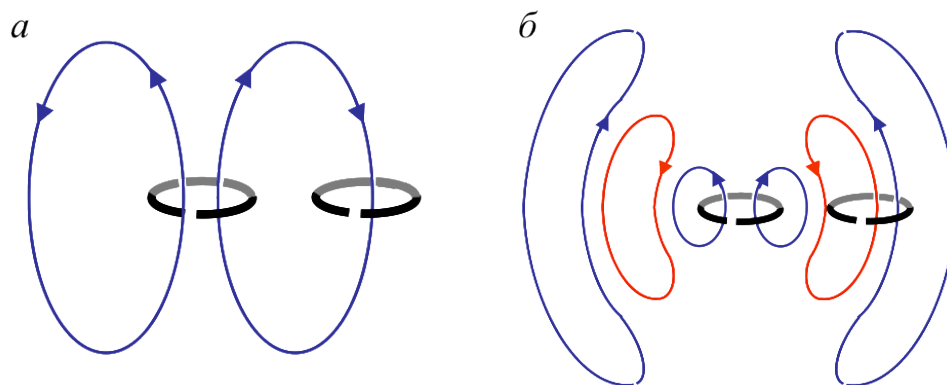


Рисунок 3 – Схематичное изображение двух взаимодействующих элементов (а) – в МГц и (б) – в ГГц диапазонах, когда необходимо учитывать запаздывание, так как размеры элементов уже сравнимы с длиной волны.

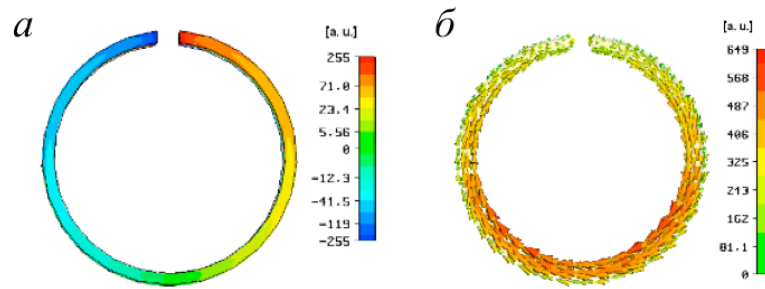


Рисунок 4 – Численное моделирование в CST Microwave studio распределения (а) – зарядов и (б) – токов в расщепленных кольцевых резонаторах в ГГц диапазоне из работы [18]

В 2012 году было проведено аналитическое и численное исследование взаимодействия двух элементов в ГГц диапазоне при всех возможных взаимных ориентациях в плоскости [19]. Получены аналитические и численные ориентационные карты для модуля и фазы коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия на резонансной частоте для всех возможных взаимных ориентаций элементов в плоскости. Впоследствии было получено хорошее согласие экспериментальных результатов для модуля коэффициента полного взаимодействия на резонансной частоте с аналитическими (Рис.5) [20].

Коэффициент электрического взаимодействия аналогично κ_H можно представить в виде [21]:

$$\kappa_E = \frac{2C}{K}, \quad (5)$$

где K – взаимная емкость элементов. Вблизи резонансной частоты полное взаимодействие определяется как разность коэффициентов [22]:

$$K = \kappa_H - \kappa_E, \quad (6)$$

где κ_H и κ_E - по-прежнему определяются формулами (3) и (5), соответственно.

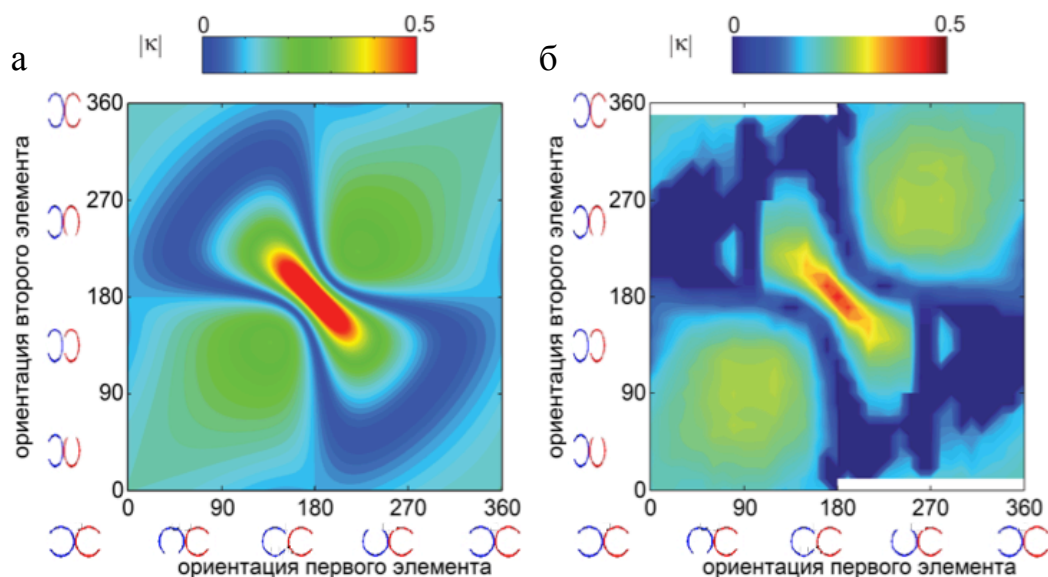


Рисунок 5 – Ориентационные карты полного коэффициента взаимодействия в ГГц диапазоне. Показаны (а) – аналитические [22] и (б) – экспериментальные результаты [20]. Резонансная частота элементов $\omega_0=1.83\text{ГГц}$.

Однако в этом случае электрическое взаимодействие не может быть отделено от магнитного с использованием лишь расщепления резонансной кривой.

Таким образом, из экспериментального исследования двух взаимодействующих элементов можно определить лишь модуль коэффициента полного взаимодействия на резонансной частоте. Однако, как уже говорилось, для практических применений важно уметь определять значения κ_H и κ_E по отдельности в широком диапазоне частот.

1.2 Медленные волны в магнитных метаматериалах

Как уже было сказано выше, взаимодействие между метаатомами приводит не только к расщеплению резонансной кривой при взаимодействии двух элементов, но и к возникновению медленных волн возбуждений в системе, состоящей из взаимодействующих элементов, т.е. в метаматериалах. В МГц диапазоне в магнитных метаматериалах сделанных из расщепленных кольцевых резонаторов это магнитоиндуктивные волны - волны токов,

которые уже широко исследованы как экспериментально [10, 23] так и теоретически [24]. Аналитическое описание таких волн для линейных метаматериалов основано на законе Кирхгоффа для цепочки магнитно-связанных контуров. Действительно, в случае только магнитного взаимодействия в моноатомной цепочке он может быть записан в виде:

$$Z_0 I_m + \sum_{n=1}^N i\omega M_n (I_{m-n} + I_{m+n}) = 0, \quad (7)$$

где $Z_0 = i\omega L + \frac{1}{i\omega C}$ – импеданс резонансного элемента, I_m – ток в элементе m , M_n – взаимная индукция между элементами с номерами m и n , N – максимальный порядок взаимодействия, учитываемый в данной модели. В случае $N=1$ учитывается взаимодействие только ближайших соседей [24], $N=2$ – учет взаимодействия и соседей через одного, и т.д.

Используя выражение (7) можно получить уравнение дисперсии линейного моноатомного метаматериала с магнитным взаимодействием между элементами:

$$\omega = \omega_0 \sqrt{\frac{1}{1 + \sum_1^N \kappa_{H_n} \cos(n\pi ka)}}, \quad (8)$$

где κ_{H_n} – коэффициент магнитного взаимодействия соответствующий M_n , a – параметр элементарной ячейки. Данная модель дает хорошие результаты при больших расстояниях между элементами и относительно слабом взаимодействии в планарной конфигурации или в аксиальной, когда расстояние между мета-атомами сравнимо с их радиусом (отметим, что максимальное теоретическое значение коэффициента магнитного взаимодействия $\kappa_H=2$).

По мере увеличения взаимодействия и при $N=1$, т.е. если учитывать взаимодействие только ближайших соседей, теоретически возможна ситуация, когда ширина полосы пропускания МИ волн становится бесконечной при $\kappa_H=-1$ [2]. Однако, на практике, увеличение взаимодействия происходит как правило при уменьшении расстояния между метаатомами, и в этом случае становится

существенным взаимодействием более высоких порядков, а его учет в свою очередь в формуле (8) приводит к ограничению ширины полосы пропускания МИ волн [17].

Однако, для аксиального плотноупакованного метаматериала, когда расстояние d между мета-атомами много меньше размеров элементов ($d \ll r$), наблюдается существенное расхождение между экспериментальными и аналитическими результатами [14]. Одной из возможных причин данной проблемы является как упоминалось выше, появление электрического взаимодействия между резонаторами в данной структуре.

Влияние электрического взаимодействия на дисперсию медленных волн активно исследовалось в ГГц диапазоне. Было показано, что преобладающее магнитное или электрическое взаимодействие между элементами метаматериала по-разному влияет на ширину полосы пропускания медленных волн взаимодействия в зависимости от частоты (Рис.6) [25].

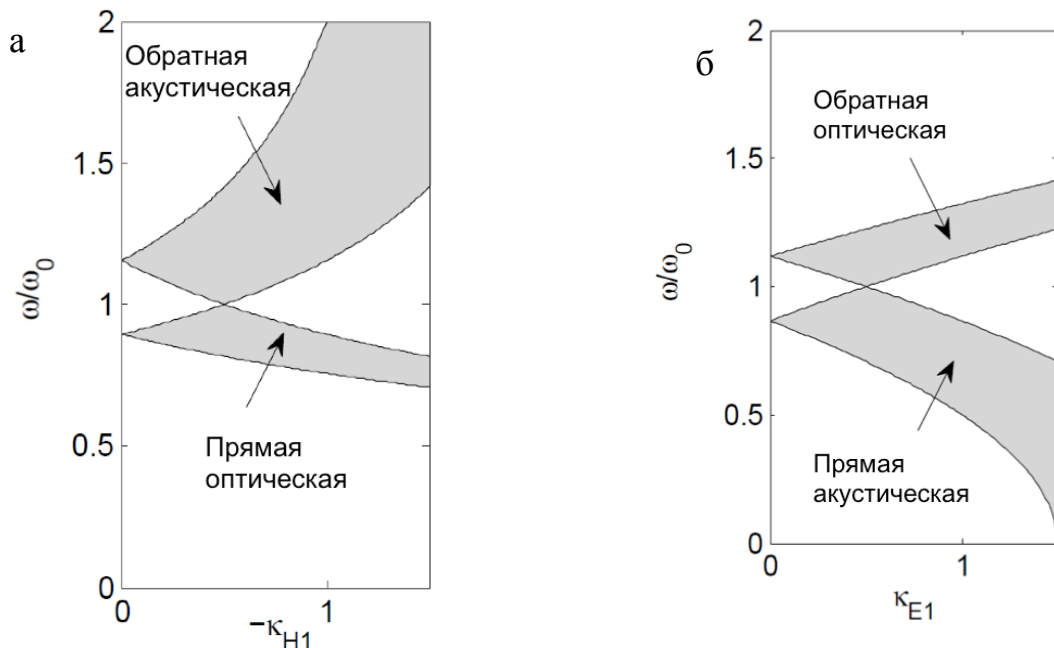


Рисунок 6 – Теоретическая зависимость ширины полос пропускания и зоны поглощения МИ волн в биатомном метаматериале (а) – с магнитным и (б) – с электрическим взаимодействием от величины коэффициента взаимодействия κ_2 при фиксированном значении $\kappa_1 = 0.5$ из работы [25]. Темным цветом показаны полосы пропускания.

Например, в случае только магнитного взаимодействия в биатомных метаматериалах с ростом одного из коэффициентов резко увеличивается верхняя полоса пропускания, в то время как при электрическом взаимодействии увеличивается нижняя полоса пропускания в сторону низких частот.

Однако до сих пор на практике не удалось реализовать структуры с сильным взаимодействием одной природы, поскольку при увеличении модуля взаимодействия как правило возникают оба механизма – магнитный и электрический. Для описания взаимодействия в ГГц диапазоне предложена аналитическая модель, по которой можно по отдельности рассчитать κ_E и κ_H , задав соответствующее распределение зарядов и токов [19]. Однако, в этой работе во первых не учитываются реальные размеры элементов, а во вторых коэффициенты взаимодействия по отдельности определяются только аналитически на резонансной частоте. В данной работе, мы предлагаем новый метод определения по отдельности κ_E и κ_H по экспериментальным данным во всем диапазоне частот.

ГЛАВА 2. МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ МАГНИТНОГО И ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ κ_H И κ_E

2.1. Зависимость коэффициента полного взаимодействия от частоты

Рассмотрим снова взаимодействие резонансных элементов (Рис.1) как взаимодействие эквивалентных LC -контуров. Их импеданс зависит в общем случае от частоты:

$$Z_0 = R - i\omega L - \frac{1}{i\omega C} = i\omega L \left(1 - \nu^2 - \frac{i\nu}{Q} \right) = i\omega L \xi, \quad (9)$$

где $\nu = \omega_0/\omega$ - обратная приведенная частота, и для простоты дальнейших расчетов введены обозначения $\xi = 1 - \nu^2 - \frac{i\nu}{Q}$.

При произвольном взаимном расположении двух элементов между ними возникает и магнитное и электрическое взаимодействие. Магнитный и электрический коэффициенты взаимодействия двух идентичных расщепленных колец можно найти с помощью формул (3) и (5), а взаимный импеданс может быть записан в виде:

$$Z_m = i\omega M + \frac{1}{i\omega K}. \quad (10)$$

Приводя его к виду аналогичному Z_0 получим:

$$Z_m = i\omega L \left(\frac{M}{L} + \frac{\nu^2 C}{K} \right) = i\omega L \left(\frac{\kappa_H - \nu^2 \kappa_E}{2} \right) = i\omega L \sigma. \quad (11)$$

где

$$\kappa = \kappa_H - \nu^2 \kappa_E \quad (11a)$$

коэффициент полного взаимодействия, а $\sigma = \kappa/2$.

Запишем закон Кирхгофа для двух элементов при условии, что падающая ЭМ волна возбуждает первый элемент, в котором наводится ток I_1 . При этом напряжение в первом контуре задается как γ , а ток во втором элементе I_2 наводится за счет индуктивной связи, а напряжение равно нулю. Получим систему двух линейных уравнений:

$$\begin{cases} Z_0 I_1 + Z_m I_2 = \gamma \\ Z_0 I_2 + Z_m I_1 = 0 \end{cases} \quad (12)$$

Подставляя в нее предыдущие обозначения из формулы (9) и (11), а также вводя обозначение $\zeta = \frac{i\gamma}{\omega}$ запишем систему (12) в виде:

$$\begin{cases} i\omega L(\xi I_1 + \sigma I_2) = -i\omega\zeta \\ i\omega L(\xi I_2 + \sigma I_1) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

Из второго уравнения системы (13) можно получить выражение для тока I_2 :

$$I_2 = -\frac{\sigma I_1}{\xi} \quad (14)$$

Подставляя его в первое уравнение системы (13) и вводя обозначение $\varphi = \frac{\zeta}{L} = \frac{i\gamma}{\omega L}$, найдем выражения для токов в обоих элементах в виде:

$$\begin{cases} I_1 = -\frac{\xi}{\xi^2 - \sigma^2} \varphi \\ I_2 = -\frac{\sigma}{\xi^2 - \sigma^2} \varphi \end{cases} \quad (15)$$

Теперь можно проанализировать поведение токов в элементах в зависимости от взаимодействия между ними. В ГГц диапазоне при преобладающем электрическом (Рис.7а) или преобладающем магнитном (Рис.7б) взаимодействиях резонансные кривые имеют аналогичный вид, если на резонансной частоте суммарное взаимодействие одинаково (см.(6)). На вставке показана теоретическая зависимость приведенной разности фаз от приведенной частоты.

Возвращаясь к старым переменным в выражении (15) запишем отношение токов в виде:

$$\frac{I_2}{I_1} = -\frac{\sigma}{\xi} = -\frac{\left(1 - \nu^2 - \frac{i\nu}{Q}\right)}{\left(\frac{\kappa_H - \nu^2 \kappa_E}{2}\right)} \quad (16)$$

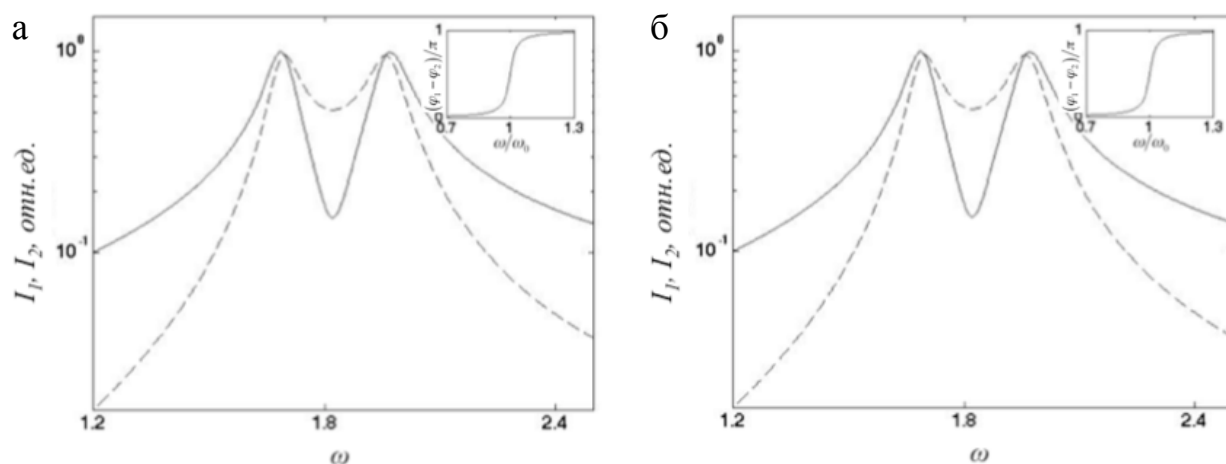


Рисунок 7 – Теоретические значения токов в двух взаимодействующих элементах, в первом I_1 (сплошная линия) и во втором I_2 (пунктир) в зависимости от частоты возбуждающей ЭМ волны при преобладающем (а) электрическом взаимодействии $\kappa_H=0.1$, $\kappa_E = -0.2$, и (б) магнитном взаимодействии: $\kappa_H=0.2$, $\kappa_E = -0.1$. в обоих случаях $\kappa=0.3$ Резонансная частота $\omega_0=1.82$ ГГц.

Откуда получим выражение, впервые приведенное в работе [20], для частотной зависимости коэффициента полного взаимодействия κ через значения токов в двух взаимодействующих элементах:

$$\kappa_H - \kappa_E v^2 = -2 \frac{I_2}{I_1} \left(1 - v^2 - \frac{iv}{Q} \right). \quad (17)$$

Которое очевидно на резонансной частоте при $v=1$ переходит в выражение (5).

2.2. Новый метод определения по отдельности κ_H и κ_E

Видно, что в правую часть выражения (17) входят величины, которые можно определить экспериментально. На основании этого был предложен новый метод, который позволяет, используя экспериментальные данные, точно определить по отдельности магнитное и электрическое взаимодействия между двумя метаатомами.

Чтобы точно определить значения κ_H и κ_E , используется линейная зависимость полного коэффициента взаимодействия от квадрата обратной приведенной частоты v^2 . На Рис. 8 приведены результаты полученные при применении метода к токам, показанным на Рис. 7.

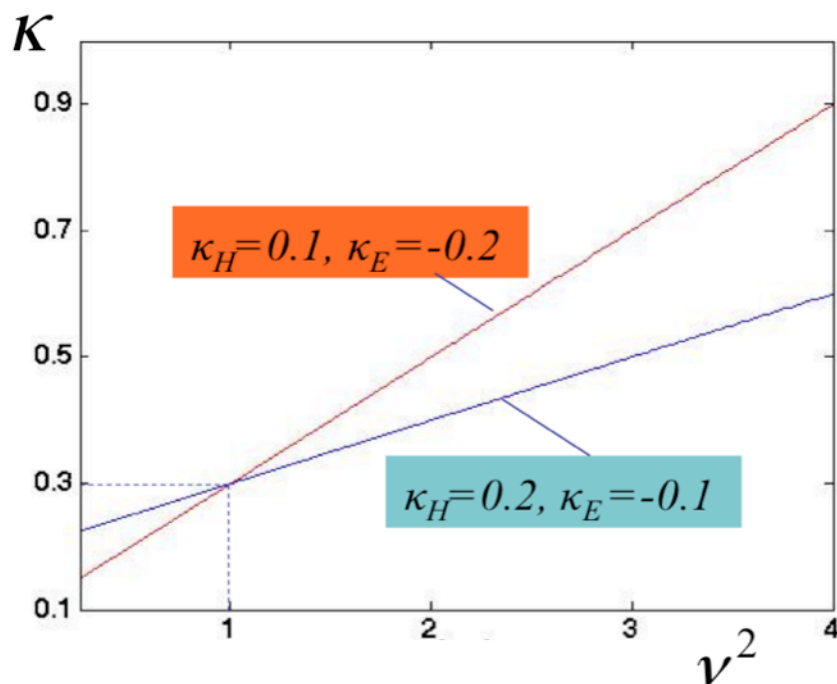


Рисунок 8 – Зависимость коэффициента κ полного взаимодействия двух резонансных элементов от квадрата обратной приведенной частоты ν^2 в случаях с преобладающим магнитным или электрическим взаимодействием, синим и красным цветом, соответственно.

Значения κ_H и κ_E были выбраны таким образом, чтобы κ в обоих случаях был одинаков, и резонансные частоты таких систем совпадали. Видно, что в таком представлении можно не только разделить случаи с преобладающим магнитным или электрическим взаимодействием, но и по отдельности определить значения κ_H и κ_E по пересечению графиков с осью ординат и его наклону, соответственно. Коэффициент полного взаимодействия на резонансной частоте при этом, равен разности $\kappa = \kappa_H - \kappa_E$.

ГЛАВА 3. ПЛОТНОУПАКОВАННЫЕ МЕТАМАТЕРИАЛЫ В МГц

3.1. Учет перекрытия сигналов и паразитного возбуждения

Рассмотрим применение данного метода к системе двух магнитных метаатомов с резонансной частотой в МГц диапазоне, когда коэффициент взаимодействия является действительной величиной. Метаатомы представляют собой расщепленные резонансные кольца с впаянными конденсаторами (рис. 1а). Их параметры приведены в Таблице 1.

Методика эксперимента подробно описана в [17, 26] и коротко приводится в Приложении 1. На Рис.8 приведены экспериментальные частотные зависимости сигналов от каждого из двух взаимодействующих элементов в аксиальной конфигурации при расстоянии в 10 мм между их краями.

В пакете Matlab была разработана программа для экспериментального определения значений резонансной частоты ω_0 и добротности Q . Данные величины зависят не только от параметров элементов, но и от их взаимодействия, поэтому для их точного определения используются экспериментальные зависимости отношения сигналов I_2/I_1 в каждом из элементов от частоты. Аппроксимируя экспериментальную зависимость теоретической зависимостью, полученной из формул (15) или (16) можно, используя метод наименьшего среднеквадратичного отклонения, определить каждый из двух неизвестных параметров ω_0 и Q .

Точность определения ω_0 составляет 0.05%, погрешность определения коэффициентов взаимодействия связанная ней составляет порядка 2%. Поскольку Q входит в (17) линейно, точность ее определения не так существенно влияет на результат и составляет при расчётах 1%. Связанная с ней погрешность на порядок меньше, чем связанная с ω_0 , и составляет 0.2%. Таким образом, суммарная ошибка связанная с определением параметров системы не превышает 2.2%.

Таблица 1. Параметры метаатомов в МГц диапазоне

внешний радиус кольца $R_0 = 11.5 \text{ мм}$	постоянный конденсатор $C_0 = 330 \text{ нФ}$
толщина кольца $w = 1 \text{ мм}$	построечный конденсатор $C = 520 \text{ нФ}$
ширина щели $g = 2 \text{ мм}$	резонансная частота $\omega_0 = 50.22 \text{ МГц}$
высота кольца $l = 5 \text{ мм}$	добротность $Q = 160$

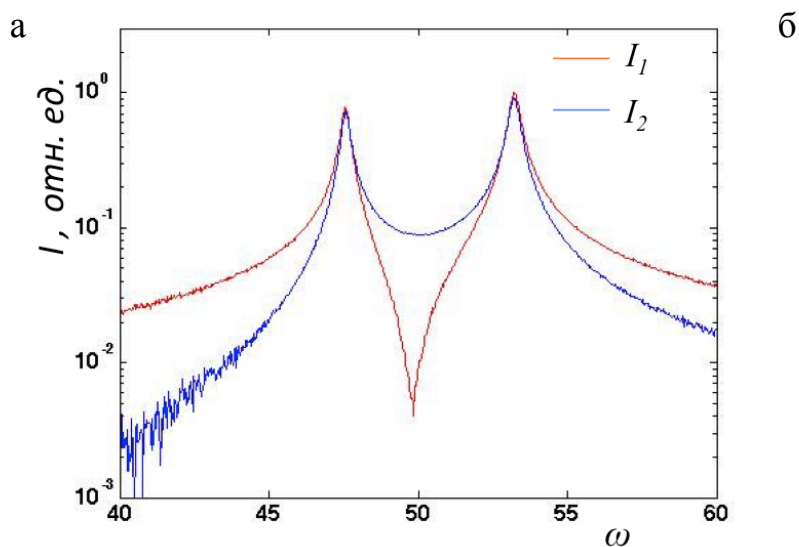


Рисунок 9 – (а) – Экспериментальные зависимости токов в каждом из элементов от частоты ω . I_1 – ток в первом элементе, I_2 во втором. Расстояние между элементами $d=10\text{мм}$, $\omega_0=50.22\text{МГц}$. (б) – Фото эксперимента.

Однако, как можно видеть на Рис. 10, прямое применение метода не дает ожидаемой линейной зависимости от ν^2 . Причина в том, что при проведении измерений (см Приложение 2), измеряемый сигнал V пропорционален магнитному потоку через измерительную антенну, а не току в метаатоме. В случае, когда измеряется сигнала от одного изолированного элемента (Рис.11а), можно считать, что он пропорционален току I . Однако, при измерении сигналов от двух близко расположенных мета-атомов, необходимо учитывать перекрытие магнитных полей, создаваемых каждым из элементов в области расположения приемной антенны(Рис.11б).

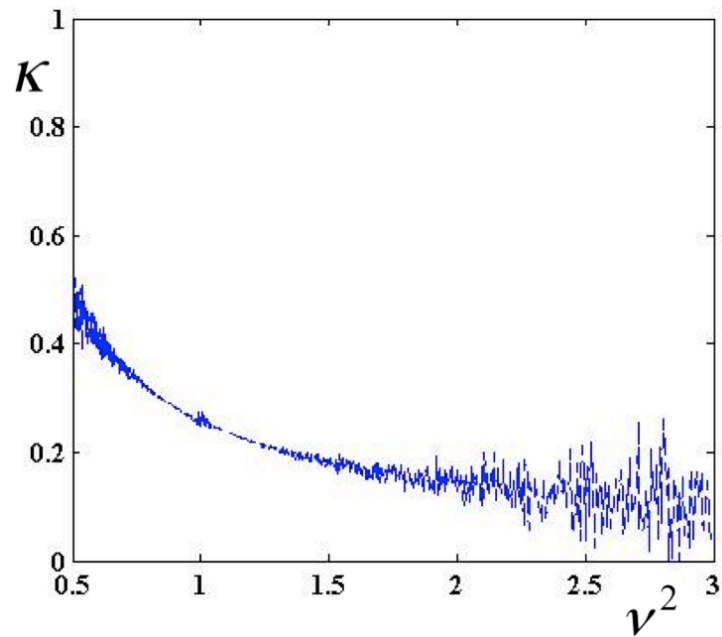


Рисунок 10 – Экспериментальная зависимость полного коэффициента взаимодействия от квадрата обратной приведенной частоты полученная при применении метода к сигналам двух взаимодействующих мета-атомов $d=10\text{мм}$, $\omega_0=50.22\text{ МГц}$.

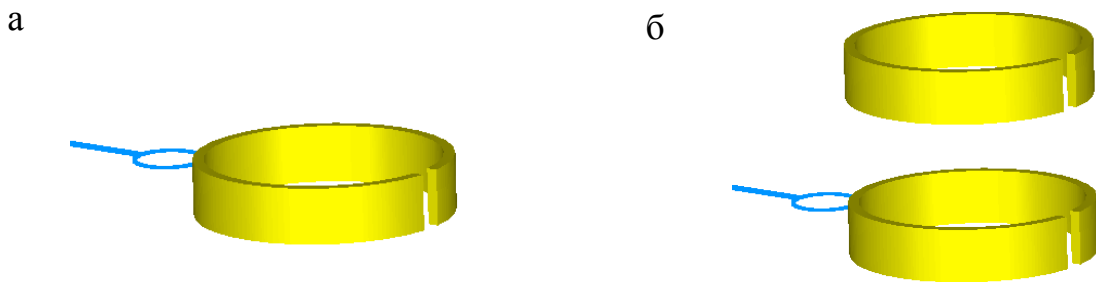


Рисунок 11 – (а) – Схема измерения сигнала от одного метаатома, (б) – от двух близко -расположенных метаатомов.

В этом случае сигнал, наводимый в приемной антенне, будет пропорционален не току в ближайшем элементе, а линейной комбинации токов I_1 и I_2 в первом и во втором кольце соответственно:

$$\begin{cases} V_1 \sim I_1 + \alpha I_2 \\ V_2 \sim I_2 + \alpha I_1 \end{cases} \quad (18)$$

где V_1 – сигнал, измеренный вблизи от первого кольца, V_2 – сигнал, измеренный вблизи от второго кольца, α – коэффициент перекрытия сигналов.

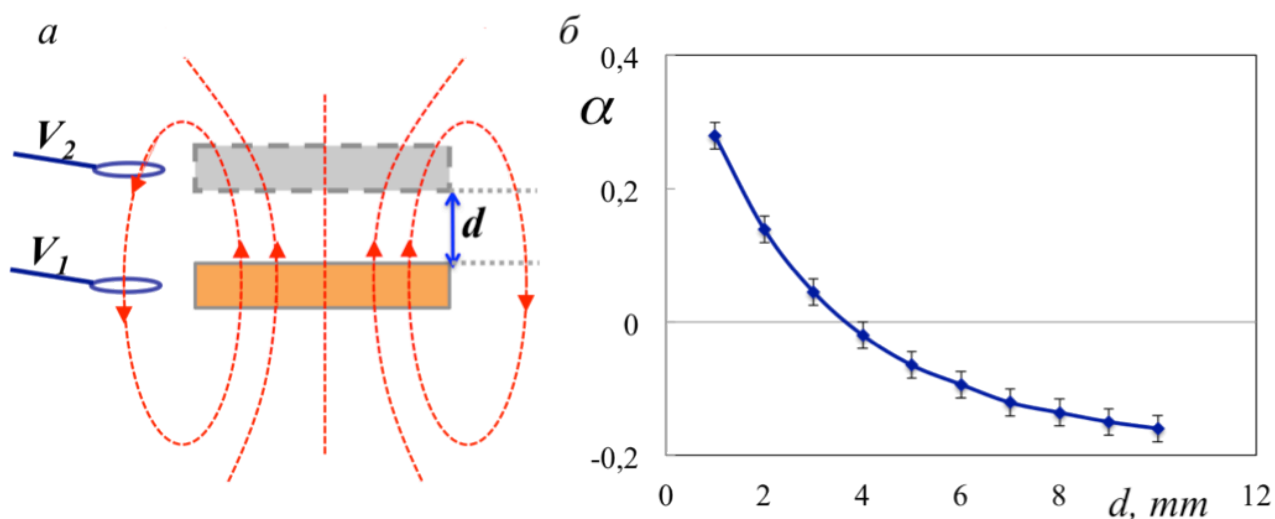


Рисунок 12 – (а) – Схема измерения коэффициента перекрытия сигналов α . Серым цветом изображено место расположения второго элемента. Красный пунктир - линии магнитного поля. (б) – Зависимость коэффициента перекрытия сигналов α от расстояния d между элементами в МГц диапазоне в аксиальной конфигурации.

Соответственно, преобразуя выражение (18), можно записать выражения для токов в каждом из элементов через измеренные сигналы с учетом коэффициента перекрытия сигналов α :

$$\begin{cases} I_1 \sim \frac{\alpha V_2 - V_1}{\alpha^2 - 1} \\ I_2 \sim \frac{\alpha V_1 - V_2}{\alpha^2 - 1} \end{cases} \quad (19)$$

Для экспериментального определения значение коэффициента перекрытия сигналов можно использовать пространственное распределение магнитного поля от одного кольца. Схема эксперимента представлена на Рис. 12а.

Измеряя сигналы непосредственно рядом с элементом (V_1) и с местом, в котором будет располагаться второй элемент (V_2), можно получить значение α в виде:

$$\alpha = \frac{V_2}{V_1} \quad (20)$$

На Рис. 12б показана зависимость коэффициента перекрытия сигналов α от расстояния d между элементами в аксиальной конфигурации, рассмотренной

выше. Коэффициент перекрытия сигналов может принимать как положительные, так и отрицательные значения в зависимости от направления поля от первого элемента через приемную антенну при измерении сигнала V_2 .

Еще одним аспектом, который необходимо учитывать при применении метода к плотноупакованным метаматериалам, является влияние возбуждающей антенны. Во всех рассматриваемых ситуациях взаимодействия двух элементов предполагалось, что возбуждается только первый элемент (см., например, (12)). Это верно для случаев, когда элементы располагаются достаточно далеко друг от друга. Однако при близком расположении метатомов в плотноупакованных метаматериалах, особенно в аксиальной конфигурации, необходимо учитывать возбуждение второго элемента. Таким образом, уравнения, соответствующие уравнениям Кирхгоффа (12), должны быть записаны как:

$$\begin{cases} Z_0 I_1 + Z_m I_2 = \gamma \\ Z_0 I_2 + Z_m I_1 = \beta \gamma \end{cases} \quad (21)$$

где $\beta < 1$ – коэффициент «паразитного» возбуждения.

В результате, выражение для полного коэффициента взаимодействия может быть записано в виде:

$$k = -2 \frac{(I_2 / I_1) - \beta}{1 - \beta(I_2 / I_1)} \left(1 - v^2 - \frac{iv}{Q} \right). \quad (22)$$

при этом $\frac{I_2}{I_1} = \frac{\alpha V_1 - V_2}{\alpha V_2 - V_1}$.

Таким образом, используя поправочные коэффициенты α и β можно получить частотные зависимости токов во взаимодействующих элементах и определить зависимость коэффициента взаимодействия k от квадрата обратной приведенной частоты, которая и используется в дальнейшем для определения значений k_H и k_E .

3.2. Электрическое взаимодействие

Применяя модифицированный метод к сигналам, представленным на Рис. 8а, нами была получена, как и ожидалось, линейная зависимость коэффициента полного взаимодействия от квадрата обратной приведенной частоты (Рис. 13). Значения для коэффициентов взаимодействия, полученные таким методом, равны $\kappa_H = 0.25$ и $\kappa_E = 0.01$ и хорошо согласуются с теоретическими предсказаниями о преобладании магнитного взаимодействия и практически нулевом значении электрического.

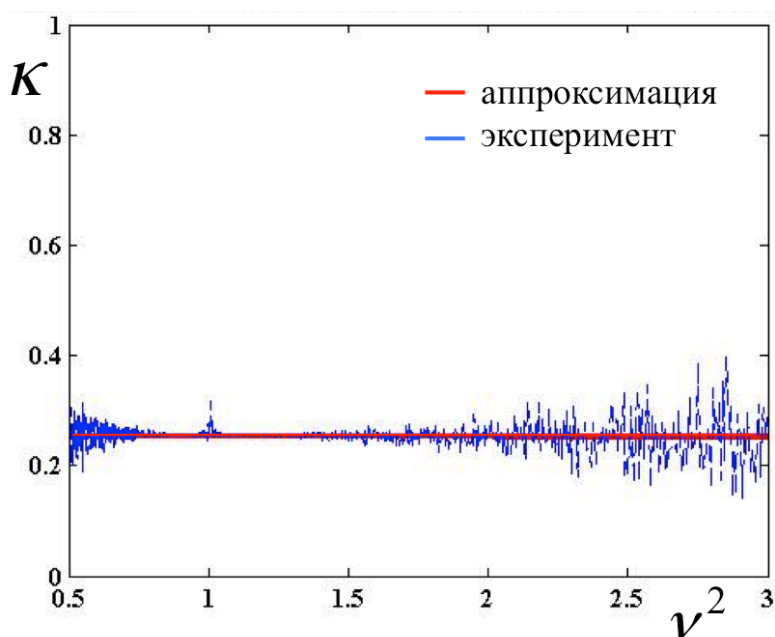


Рисунок 13 – Зависимость полного коэффициента взаимодействия от квадрата обратной приведенной частоты для системы двух взаимодействующих метатомов $d=10\text{мм}$, $\omega_0=50.22\text{ МГц}$. Значения поправочных коэффициентов для данной конфигурации: $\alpha=-0.16$ и $\beta=0.04$ Синий пунктир-экспериментальные результаты, красный- линейная аппроксимация.

Рассмотрим теперь значения коэффициентов взаимодействия при уменьшении расстояния между элементами в аксиальной конфигурации. Результаты, полученные с помощью нашего метода из экспериментальных результатов и результатов численного моделирования в пакете CST Microwave studio, показаны на Рис. 14.

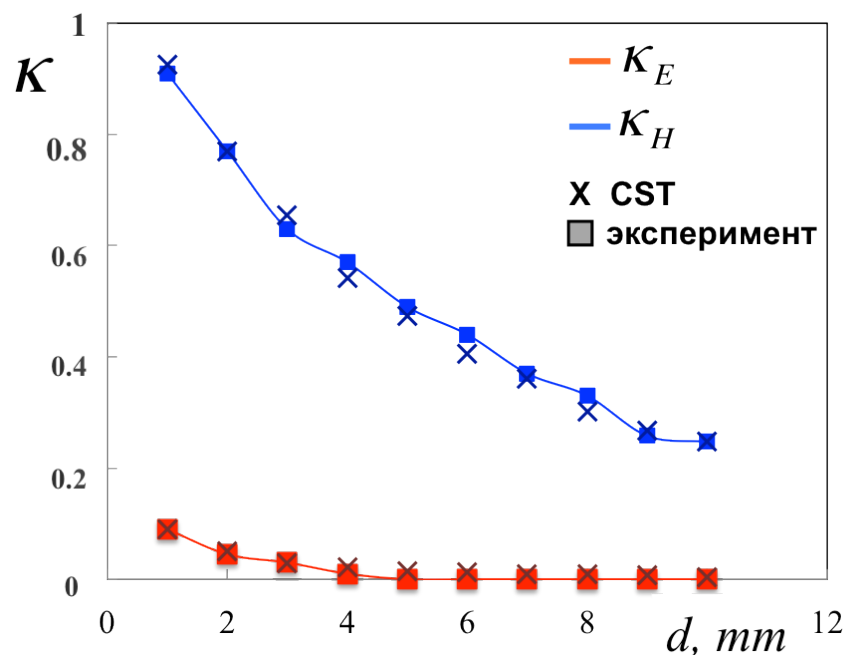


Рисунок 14 – Зависимость коэффициентов магнитного (синий) и электрического (красный) взаимодействия от расстояния d между элементами магнитного метаматериала в аксиальной конфигурации. Кресты – результаты численного моделирования, квадраты – экспериментальные результаты. $\omega_0=50.22$ МГц, $R=11.5$ мм.

Параметры моделирования приведены в Приложении 2. Как видно наблюдается хорошее согласие для всех расстояний между метаатомами. Видно, что при уменьшении d магнитное взаимодействие существенно возрастает, в то время как электрическое остается пренебрежимо малым вплоть до расстояний $d=4$ мм. При меньших расстояниях, соответствующих плотноупакованным метаматериалам, начинает увеличиваться и электрическое взаимодействие. Несмотря на то, что его величина по-прежнему остается много меньше магнитного, оно может оказывать существенное влияние на дисперсию медленных волн, как будет показано ниже.

3.3. Дисперсия МИ волн в плотноупакованных метаматериалах

Прежде, чем рассматривать влияние электрического взаимодействия на дисперсию медленных волн, остановимся на методике обработки экспериментальных результатов. На Рис.15а показан линейный плотноупакованный метаматериал. Его амплитудно-частотная характеристика в

зависимости от номера элемента представлена на Рис.15б. В предыдущих работах, для получения дисперсионных зависимостей подобных структур, использовались сигналы от трех соседних элементов.

В таком случае, частотную зависимость волнового вектора k с учетом взаимодействия только ближайших соседей можно определить по формуле:

$$\cos(ka) = \frac{I_{n-1} + I_{n+1}}{2I_n}. \quad (23)$$

Такой подход хорошо работает в случае, когда взаимодействие между элементами достаточно мало, и соответственно полоса пропускания МИ волн так же мала [14]. Однако в случае плотноупакованных метаматериалов, когда взаимодействие велико, расчеты по формуле (23) приводят к существенным шумам (Рис.16а).

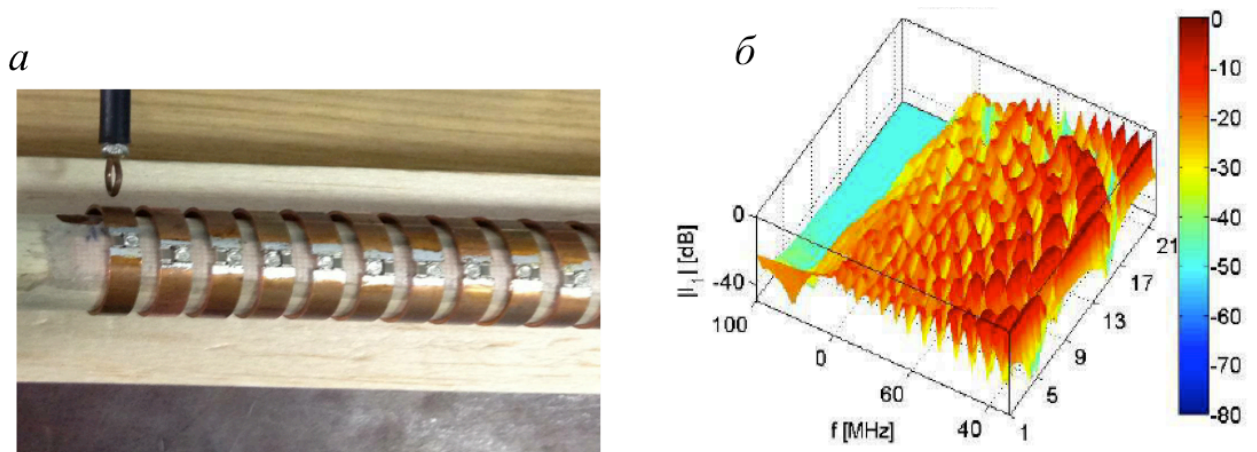


Рисунок 15 – (а) – Фото линейного моноатомного метаматериала. Резонансная частота элементов $\omega_0=50.22$ МГц, расстояния между ними $d=1$ мм. (б) – Амплитудно-частотная характеристика этой структуры в зависимости от номера элемента[17].

Для уменьшения величины шумов мы предлагаем использовать не три, а семь соседних элементов. Это позволяет представить ток в элементе в виде

$I_n = t_1 + t_2$, где $t_1 = a_1 e^{-ikan} + b_1 e^{ikan}$ – линейная комбинация прямой и обратной магнитоиндуктивных волн с учетом отражения от границ, $t_2 = a_1 e^{-ik_2 an} + b_1 e^{ik_2 an}$ -

вклад случайных помех. В этом случае получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{I_{n-1} + I_{n+1}}{2I_n} = \frac{t_1 \cos(ka) + t_2 \cos(k_2 a)}{t_1 + t_2} \\ \frac{I_{n-2} + I_{n+2}}{2I_n} = \frac{t_1 \cos(2ka) + t_2 \cos(2k_2 a)}{t_1 + t_2} \\ \frac{I_{n-3} + I_{n+3}}{2I_n} = \frac{t_1 \cos(3ka) + t_2 \cos(3k_2 a)}{t_1 + t_2} \end{cases} \quad (24)$$

Решая ее относительно $\cos(ka)$, можно исключить помехи из получаемой дисперсионной зависимости. Результаты, полученные для моноатомного линейного метаматериала с расстоянием между элементами $d=1\text{мм}$ представлены на Рис.16б. (К сожалению, данные являлись частью серии измерений и были сделаны в одном пределе измерений, без достаточного учета уширения полосы пропускания МИ волн с увеличением модуля взаимодействия, поэтому в представленных результатах нижняя граница полосы пропускания выходит за пределы измерений.)

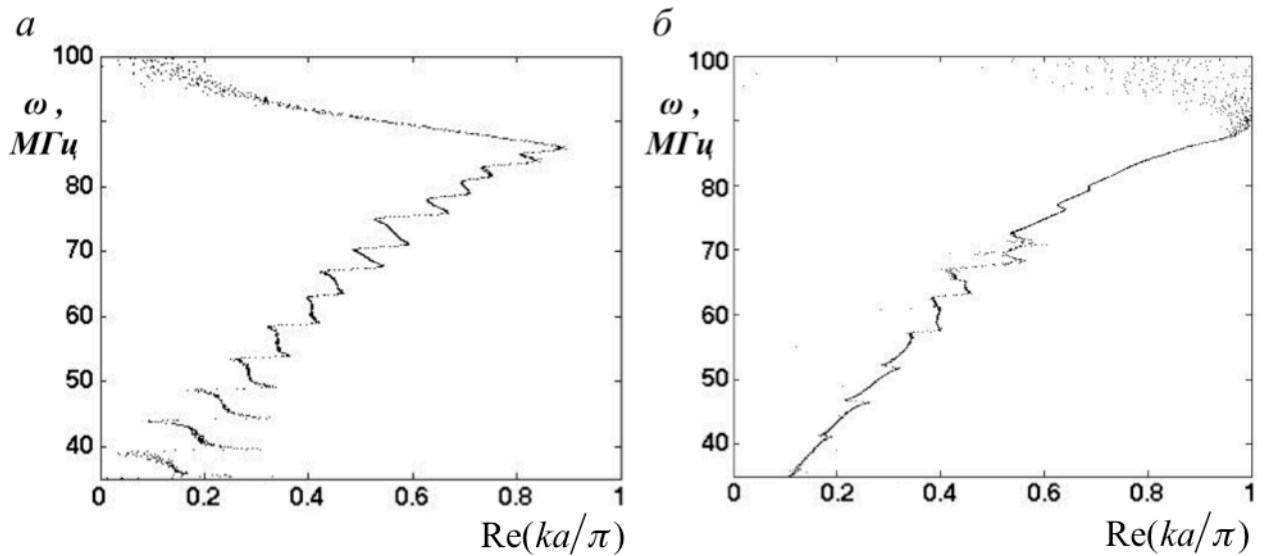


Рисунок 16 – Экспериментальные результаты для дисперсии медленных волн в линейном моноатомном метаматериале с $d=1\text{мм}$, $\omega_0=50.22\text{ МГц}$. (а) – результаты, полученные по сигналам от трех элементов, (б) – от семи элементов.

Видно, что использование сигналов от семи элементов существенно снижает уровень помех по сравнению с Рис.16а.

Для аналитического описания полученных результатов воспользуемся, как было показано в пункте 1.2, записью уравнения Кирхгоффа с учетом нескольких порядков взаимодействия. Как показано на Рис.17а, модель, включающая в себя только магнитное взаимодействие, дает неплохое совпадение с экспериментальными результатами. Однако, на наш взгляд, необходимо принять во внимание так же и электрическое взаимодействие между мета-атомами в плотноупакованных метаматериалах, полученное в пункте 3.1. Таким образом уравнение Кирхгоффа (7) должно быть записано в виде:

$$Z_0 I_m + \sum_{n=1}^N i\omega M_n (I_{m-n} + I_{m+n}) + \frac{1}{i\omega K} (I_{m-1} + I_{m+1}) = 0. \quad (25)$$

Дисперсионное соотношение для МИ волн в таком случае примет вид:

$$\omega = \omega_0 \sqrt{\frac{1 + \kappa_E \cos(\pi kd)}{1 + \sum_1^N \kappa_{H_n} \cos(n\pi kd)}}. \quad (26)$$

где N в знаменателе описывает порядок магнитного дальнего действия, а ненулевое электрическое взаимодействие в МГц диапазоне возникает лишь для ближайших соседей.

С помощью нашего метода были получены следующие значения κ_H и κ_E : $\kappa_{H1} = 0.94$, $\kappa_{H2} = 0.39$, $\kappa_{H3} = 0.16$, $\kappa_{H4} = 0.095$, $\kappa_{H5} = 0.035$, $\kappa_{E1} = 0.09$. Подставляя их в выражение (26) значения κ_H и κ_E , полученные с помощью нашего метода, можно получить дисперсионные зависимости для линейных плотноупакованных моноатомных метаматериалов с комбинированным взаимодействием между мета-атомами.

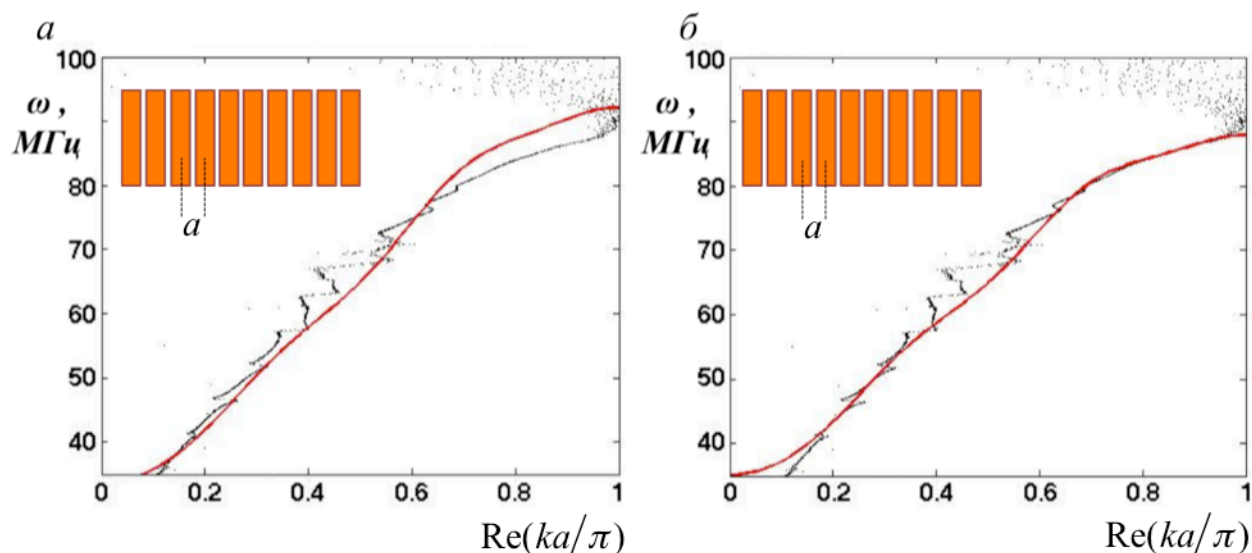


Рисунок 17 – Дисперсия медленных волн в линейном моноатомном метаматериале (схематично показан на вставке) с расстоянием между элементами $d=1\text{мм}$, $\omega_0=50.22\text{ МГц}$. Черные точки – экспериментальные результаты, красная линия – аналитические. (а) – приближение только магнитного взаимодействия, (б) – учет электрического взаимодействия. Экспериментальная дисперсия получена по сигналам от 7 соседних элементов.

Результаты, полученные таким образом, находятся в хорошем согласии с экспериментом (Рис.17б). Таким образом, мы подтвердили влияние электрического взаимодействия на дисперсию медленных волн в данных структурах. Несмотря на то, что в рассматриваемых метаматериалах $\kappa_H \gg \kappa_E$, можно видеть существенное отличие между результатами, полученными в приближении только магнитного взаимодействия, и по формуле (26).

ГЛАВА 4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕМЕНТОВ В ГГц

4.1. Полевой подход

При увеличении резонансной частоты элементов, взаимодействие между ними существенно усложняется. Как уже упоминалось выше, помимо того, что из-за неоднородного распределения зарядов и токов в элементах электрическое взаимодействие становится преобладающим для некоторых конфигураций, эффект запаздывания электромагнитных волн приводит к возникновению мнимых частей взаимодействия. Более того, и сами значения κ_H и κ_E уже нельзя считать независимыми от частоты. Таким образом, в общем случае, коэффициенты взаимодействия должны быть записаны в виде:

$$\begin{aligned}\kappa_E(\omega) &= \kappa'_E(\omega) + i\kappa''_E(\omega) \\ \kappa_H(\omega) &= \kappa'_H(\omega) + i\kappa''_H(\omega)\end{aligned}\quad (27)$$

где κ' и κ'' соответственно действительные и мнимые части коэффициентов взаимодействия.

В данном случае рассматриваемая выше модель LC -контуров уже не может точно описывать данную систему. Необходимо использовать более сложную модель, учитывающую неоднородное распределение зарядов и токов в элементах, создаваемые ими поля, а также частотные зависимости. Такая модель может быть построена на основе полевого подхода, предложенного в работе [19] для приближения бесконечно тонких элементов. Этот подход основан на анализе объемных плотностей энергии магнитного и электрического полей.

Рассмотрим сначала магнитное поле, создаваемое током в одном из элементов. Его векторный потенциал \vec{A} может быть записан как:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}') e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d\tau', \quad (28)$$

где \vec{J} – объемная плотность тока в данном элементе, \vec{r} – радиус-вектор, $d\tau$ – элемент объема. Объемная плотность энергии W_m для тока в поле может быть записана как:

$$W_m = \frac{1}{2} \int \vec{A} \vec{J} d\tau. \quad (29)$$

Соответственно энергия взаимодействия двух элементов в нашем случае:

$$W_{m,mut} = \frac{1}{2} \int (\vec{A}_1 \vec{J}_2 - \vec{A}_2 \vec{J}_1) d\tau, \quad (30)$$

где индексы 1 и 2 обозначают величины, относящиеся к соответствующему элементу. Подставляя выражение (28) в (30) можно получить выражение для объемной плотности энергии взаимодействия в явном виде:

$$W_{m,mut} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint \frac{\vec{J}_1(\vec{r}_1) \vec{J}_2(\vec{r}_2) e^{ik|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d\tau_1 d\tau_2. \quad (31)$$

Теперь, учитывая, что по определению взаимной индукции связана с объемной плотностью энергии соотношением $W_{m,mut} = MI_1 I_2$ получаем выражение для взаимной индукции M :

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint \frac{\vec{J}_{1n}(\vec{r}_1) \vec{J}_{2n}(\vec{r}_2) e^{ik|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d\tau_1 d\tau_2, \quad (32)$$

где \vec{J}_n - безразмерные нормированные величины, пропорциональные объемным плотностям токов в соответствующих элементах.

Проводя аналогичные рассуждения для объемной плотности зарядов в элементах, получаем выражение для коэффициента взаимной ёмкости K :

$$K^{-1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{q_{1n}(\vec{r}_1) q_{2n}(\vec{r}_2) e^{ik|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d\tau_1 d\tau_2, \quad (33)$$

где q_n - безразмерные нормированные величины, пропорциональные объемным плотностям зарядов в соответствующих элементах.

Очевидно, что зная взаимную индукцию M и взаимную ёмкость K , можно легко получить значения коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия по формулам (3) и (4).

Приближение бесконечно тонких элементов, используемое в [19] позволяет определять коэффициенты взаимодействия в случае, когда

расстояния между элементами достаточно велики. Однако для плотноупакованных метаматериалов данный метод должен быть модифицирован. Более того, наша цель заключается в определении частотных зависимостей коэффициентов взаимодействия, которые так же не рассматривались в предыдущих работах.

4.2. Учет объемного распределения зарядов и токов

В этом разделе мы рассмотрим систему двух расщепленных кольцевых резонаторов в планарной конфигурации (Рис. 15). Резонансная частота $\omega_0=1.83\text{ГГц}$. Геометрические размеры элементов совпадают с теми, что рассматривались в предыдущих главах (Таблица 1). Для учета объемного распределения зарядов и токов в элементах необходимо сначала ввести систему координат для каждого из элементов. Исходя из симметрии структуры, мы используем две цилиндрические системы координат (φ_1, ρ_1, z_1) и (φ_2, ρ_2, z_2) , начала которых совпадают с геометрическими центрами первого и второго элементов, соответственно. Взаимная ориентация координат φ и ρ для двух произвольно расположенных элементов в планарной конфигурации представлена на Рис.18.

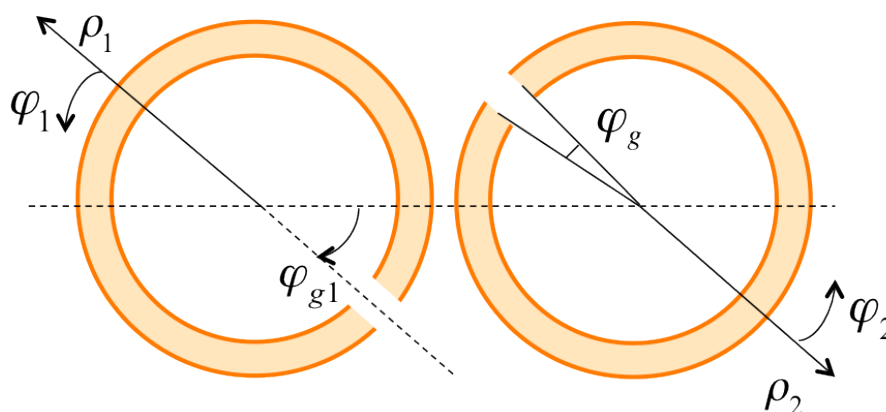


Рисунок 18 – Схематичное изображение расщепленных кольцевых резонаторов в планарной конфигурации. $\omega_0=1.83\text{ГГц}$. Показана взаимная ориентация цилиндрических систем координат. Геометрические параметры элементов приведены в Таблице 1.

В таком случае модуль разности радиус-векторов в предложенных цилиндрических координатах можно записать как:

$$|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = \sqrt{(a + \rho_1 + \rho_2 + \rho_1 \cos(\varphi_1 + \varphi_{1g}) + \rho_2 \cos(\varphi_2 + \varphi_{2g}))^2 + (\rho_1 \sin(\varphi_1 + \varphi_{1g}) + \rho_2 \sin(\varphi_2 + \varphi_{2g}))^2 + (z_1 - z_2)^2}, \quad (33)$$

здесь φ_{1g} и φ_{2g} обозначают угол поворота центра щели соответствующего элемента.

Теперь мы можем записать итоговые выражения для взаимных индуктивностей и емкостей, соответственно, в виде:

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{R-w}^R \int_{R-w}^R \int_0^h \int_0^h \int_{-\pi+\varphi_g}^{\pi-\varphi_g} \int_{-\pi+\varphi_g}^{\pi-\varphi_g} \frac{\vec{J}_{1n}(\vec{r}_1) \vec{J}_{2n}(\vec{r}_2) e^{ik|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d\rho_1 d\rho_2 dz_1 dz_2 d\varphi_1 d\varphi_2, \quad (34)$$

$$K^{-1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{R-w}^R \int_{R-w}^R \int_0^h \int_0^h \int_{-\pi+\varphi_g}^{\pi-\varphi_g} \int_{-\pi+\varphi_g}^{\pi-\varphi_g} \frac{q_{1n}(\vec{r}_1) q_{2n}(\vec{r}_2) e^{ik|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d\rho_1 d\rho_2 dz_1 dz_2 d\varphi_1 d\varphi_2. \quad (35)$$

где $\varphi_g = \arcsin\left(\frac{g}{2R}\right)$ - угловой размер щели.

Для того, чтобы использовать в расчетах выражения (34) и (35), необходимо знать объемные распределения токов и зарядов в мета-атомах. Подобные распределения линейных плотностей зарядов и токов в зависимости от угла φ были получены для РКР используемой нами геометрии в работе [27]:

$$I_n(\varphi) = \ln\left(\frac{\cos\frac{\varphi_g}{2}}{\cos\frac{\varphi}{2}}\right) \ln^{-1}\left(\frac{\varphi_g}{2}\right), \quad (36)$$

$$q_n = \frac{\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{2Rhw \ln\left(\sin\left(\frac{g}{4R}\right)\right)}. \quad (37)$$

С помощью (36) и (37) можно получить аналогичные выражения для объемной плотности зарядов и токов. Для этого необходимо принять во внимание, что в

ГГц диапазоне в проводящих резонансных элементах наблюдается скин-эффект. Поскольку наши элементы состоят из меди, толщина скин-слоя на резонансной частоте будет составлять 1.17мкм, что намного меньше поперечных размеров элементов. Таким образом при численном решении интегралов (34) и (35) можно считать, что токи и заряды распределены в тонком приповерхностном слое. Причем их плотность в этом слое зависит только от соответствующего угла φ и не зависит от координат ρ и z .

Используя геометрические параметры элементов из Таблицы 1 можно по формуле из работы [19] получить значения самоиндукции и ёмкости резонаторов:

$$L = \mu_0 R \left(\ln \left(\frac{8R}{h+w} \right) - \frac{1}{2} \right), \quad (38)$$

$$C = \varepsilon_0 \left(\frac{(w+g)(h+g)}{g} + \frac{2(h+w)}{\pi} \ln \left(\frac{4R}{g} \right) \right). \quad (39)$$

Таким образом, получена возможность аналитически определять частотные зависимости каждого из коэффициентов магнитного или электрического взаимодействия в ГГц диапазоне частот с учетом скин-эффекта и реальных размеров образцов, не используя приближение бесконечно тонких линейных токов, как в работе [19].

4.3. Зависимость коэффициентов взаимодействия от частоты

Данные аналитические расчёты были проведены в пакете Matlab. При численном решении интегралов (32) и (33) использовался метод трапеций с переменным шагом. Программа расчёта подробно описана в Приложении 1.

Рассмотрим полученные аналитические результаты на примере конфигурации «pear», когда щели элементов направлены друг на друга и, соответственно, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ (Рис.15). В этом случае, расстояние между максимальными плотностями электрических зарядов является наименьшим по сравнению с другими планарными конфигурациями. Поэтому электрическое

взаимодействие будет преобладающим. Расстояние между элементами в рассматриваемой системе $d=1\text{мм}$.

Аналитические результаты для частотных зависимостей реальных и мнимых частей коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия представлены на Рис.19. Действительно, получено преобладающее электрическое взаимодействие и малое электрическое. Видно, что в данном частотном диапазоне действительные Рис.19(а) и мнимые Рис.19(б) части κ_H и κ_E существенно зависят от частоты. Это связано с тем, что на данных частотах длина ЭМ волны составляет порядка 10см и уже сравнима с размерами структуры (4-5 см), и эффекты запаздывания оказывают заметное влияние на распределение электромагнитных полей.

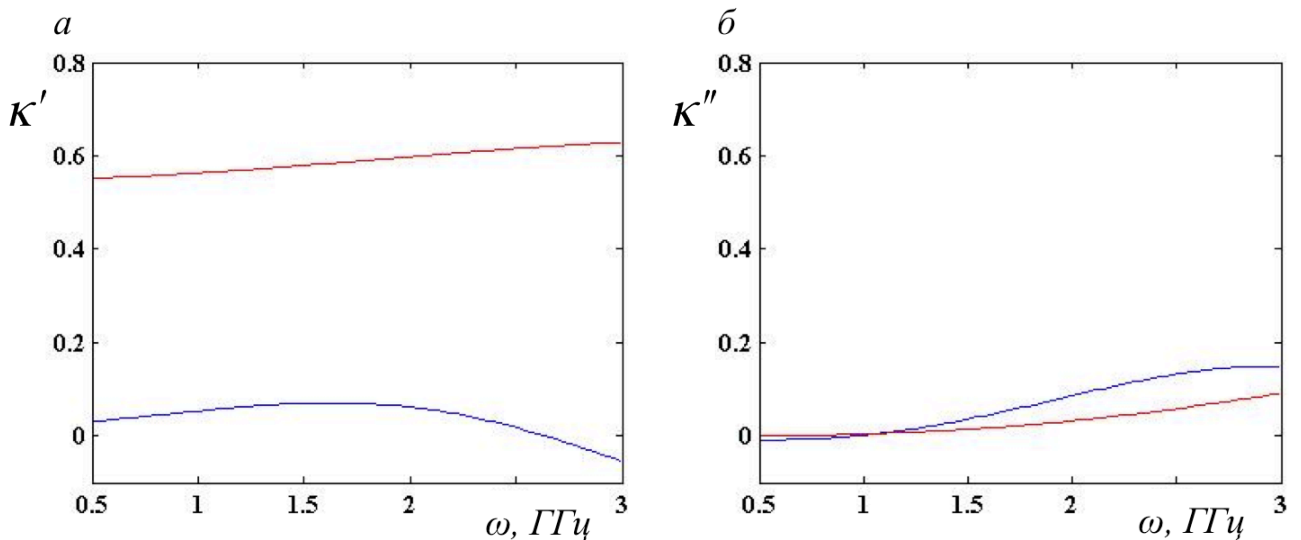


Рисунок 19 – Аналитические частотные зависимости (а) – действительной и (б)– мнимой частей κ_H (синий) и $-\kappa_E$ (красный) взаимодействия для планарной конфигурации «near». Расстояние между элементами $d=1\text{мм}$, их радиус $R=11.5\text{мм}$, $\omega_0=1.83\text{ГГц}$.

В этом случае наш экспериментальный метод определения коэффициентов взаимодействия, основанный на модели LCR -контуров, уже не может использоваться на данных частотах. В такой модели предполагается локализованность элементов эквивалентной схемы, что как было показано в предыдущем пункте, уже не выполняется. Так же, поскольку в ГГц κ_H и κ_E уже

не являются постоянными, нельзя говорить о линейной зависимости полного коэффициента взаимодействия от квадрата обратной приведенной частоты.

Таким образом, на данных частотах невозможно экспериментально определить по отдельности численные значения κ_H и κ_E на всем диапазоне частот. Однако, даже для таких элементов, на частотах меньше 1 ГГц мнимая часть коэффициента взаимодействия становится пренебрежимо малой, а действительные части принимают постоянные значения $\kappa_H = 0.04$ и $\kappa_E = 0.56$. Это можно хорошо видеть на Рис. 20, где показаны зависимости данных коэффициентов от ν^2 . В области низких частот, при $\omega < 1.3$, что соответствует $\nu^2 < 2$, мы по-прежнему можем рассматривать частотные зависимости коэффициента полного взаимодействия и качественно определять значения магнитного и электрического вклада.

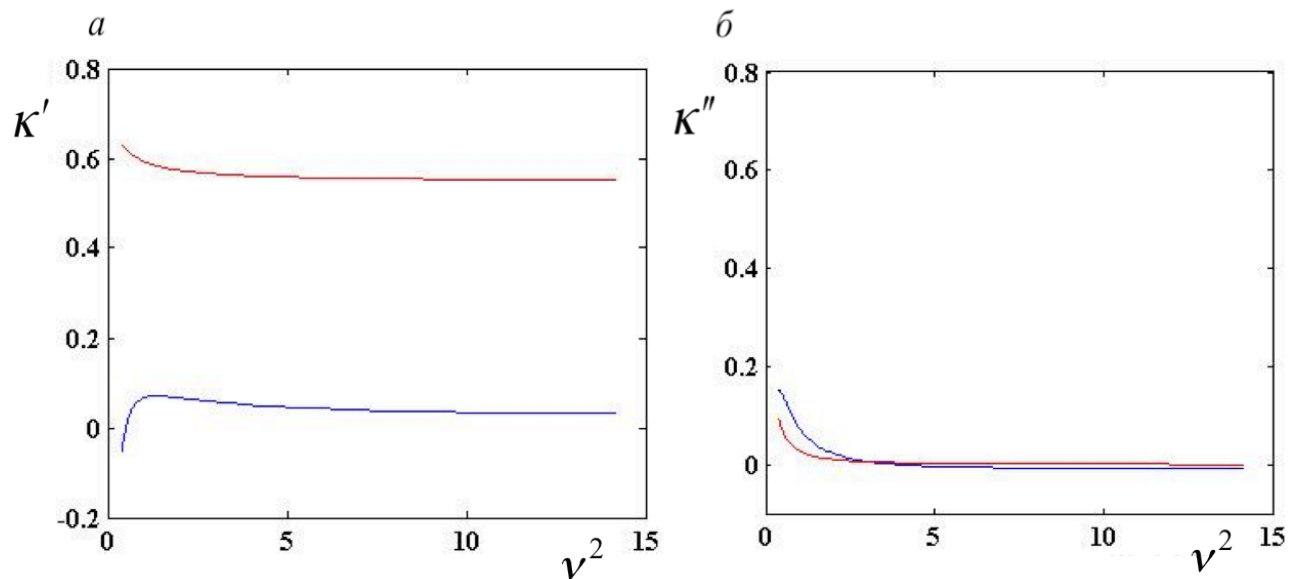


Рисунок 20 – Аналитические зависимости (а) – действительной и (б) – мнимой κ_H (синий) и $-\kappa_E$ (красный) взаимодействия от квадрата обратной приведенной частоты для планарной конфигурации «near». Расстояние между элементами $d=1 \text{ мм}$.

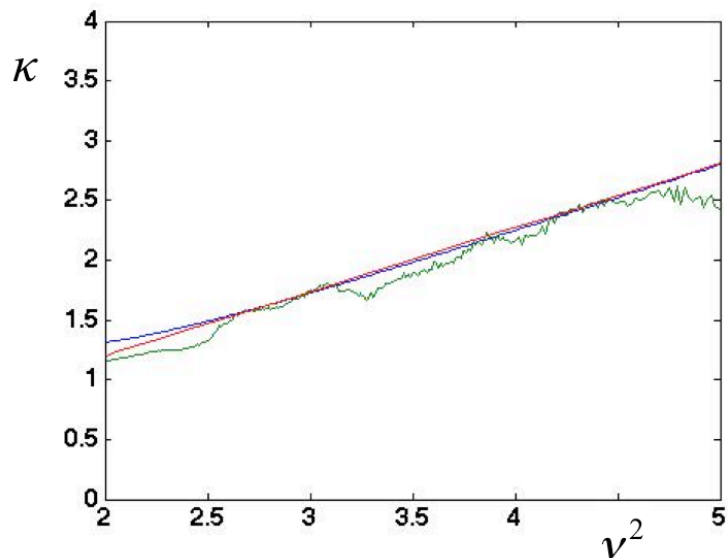


Рисунок 21 – Зависимость коэффициента полного взаимодействия от квадрата обратной приведенной частоты для планарной конфигурации «pear». Расстояние между элементами $d=1\text{мм}$, $\omega_0=1.83\text{ГГц}$. Красная линия – аналитические результаты, синяя – результаты численного моделирования, зеленая – экспериментальные результаты

Рассмотрим зависимость коэффициента полного взаимодействия от квадрата обратной приведенной частоты. Были получены экспериментальные результаты и результаты численного моделирования. Как показано на Рис.21 в рассмотренном диапазоне частот было получено хорошее согласие между ними. Полученные значения коэффициентов взаимодействия приведены в Таблице 2. Данные результаты также подтверждают преобладание электрического взаимодействия в конфигурации «pear». Однако они являются справедливыми только в области постоянных значений κ_H и κ_E . Это можно легко видеть, сравнив их с результатами на Рис.19.

Таблица 2. Значения коэффициентов взаимодействия в конфигурации «pear»

	κ_H	$-\kappa_E$
Аналитический расчёт	$0.04+0.01i$	$0.56+0.00i$
Результаты CST	$0.03+0.01i$	$0.57+0.00i$
Экспериментальные результаты	$0.03+0.03i$	$0.54+0.01i$

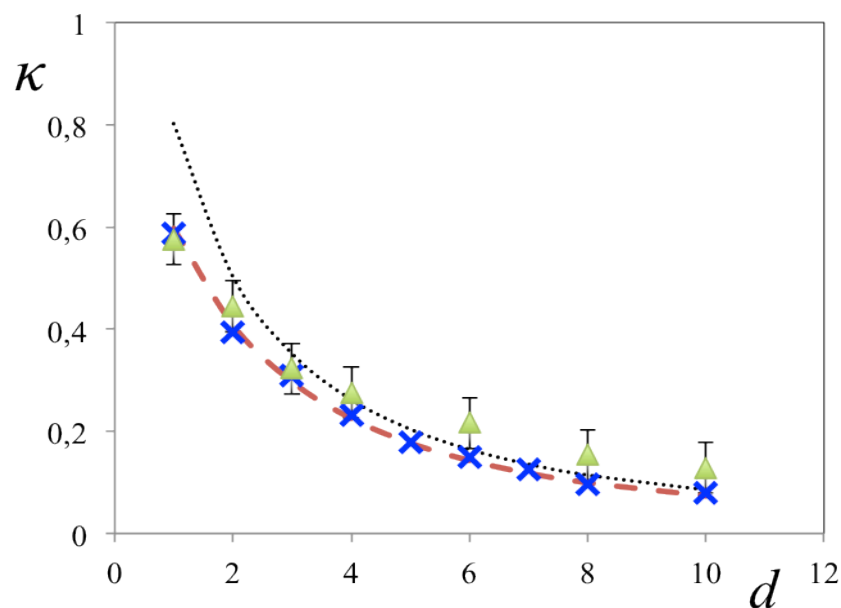


Рисунок 22 – Зависимость коэффициента полного взаимодействия на резонансной частоте $\omega_0=1.83ГГц$ от расстояния между элементами для конфигурации «near». Черный пунктир – аналитические результаты в приближении бесконечно тонких проводников, красный – с учетом объемного распределения зарядов и токов. Синие точки – результаты численного моделирования, зеленые - экспериментальные результаты.

Еще одним важным параметром, который необходимо определить, является значение коэффициента полного взаимодействия на резонансной частоте. Экспериментально его можно определить по сигналам двух взаимодействующих элементов используя выражение (20) при $v^2 = 1$. На Рис.22 показана зависимость коэффициента полного взаимодействия на резонансной частоте от расстояния между элементами в конфигурации «near». Черным пунктиром здесь показаны аналитические результаты, полученные в приближении бесконечно тонких проводников в работе [19]. Как можно было ожидать, такое приближение дает сильно завышенные результаты на малых расстояниях, но хорошо работает, когда элементы располагаются далеко друг от друга. При этом, значения k полученные нами с помощью усовершенствованного полевого подхода с учетом объемного распределения зарядов и токов показывают хорошее согласие как с экспериментальными результатами, так и с результатами численного моделирования.

Таким образом, разработанный в данной работе усовершенствованный полевой подход позволяет получать значения коэффициентов как магнитного так и электрического взаимодействия в ГГц диапазоне даже для малых расстояний между элементами. А использование нашего метода определения κ_H и κ_E в области их постоянных значений дает возможность определять доминирующий тип взаимодействия и численные значения коэффициентов взаимодействия.

ВЫВОДЫ

В данной работе впервые разработан новый универсальный метод определения по отдельности коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия κ_H и κ_E .

С его помощью было впервые показано, что в МГц диапазоне в линейных плотноупакованных метаматериалах, когда расстояние между метаатомами много меньше их размеров, возникает электрическое взаимодействие, которое оказывает существенное влияние на дисперсионные характеристики МИ волн.

Для более высоких частот модернизирован полевой подход, позволяющий получить аналитические выражения для частотных зависимостей реальных и мнимых частей коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия, с учетом реальных параметров метаатомов и их взаимного расположения. Учтено неоднородное распределение зарядов и токов во взаимодействующих мета-атомах, запаздывание электромагнитных волн, а также скин-эффект.

Разработано программное обеспечение в пакете Matlab для расчета полученной аналитической модели. Созданная программа позволяет автоматически проводить аналитический расчет всех параметров взаимодействия мета-атомов в ГГц диапазоне. Программа носит универсальный характер и применима для произвольных взаимных ориентаций элементов разной формы.

Определены границы применимости метода по частоте. Показано, что, когда размеры метаатомов сравнимы с длиной волны, модель эквивалентных LC-контуров с локализованными L и C не пригодна для описания свойств метаматериала, а коэффициенты взаимодействия в таком случае становятся существенно зависящими от частоты, что ограничивает применение метода на данных частотах.

Для элементов с резонансной частотой $\omega_0 = 1.83 \text{ ГГц}$ в планарной конфигурации «pearl» определена область частот, где κ_H и κ_E - постоянны.

Показано, что в этой области метод по-прежнему применим и позволяет определить тип преобладающего взаимодействия в данной конфигурации.

Проведено численное моделирование взаимодействия метаатомов в ГГц диапазоне в пакете CST Microwave Studio и получены экспериментальные результаты для определения взаимодействия метаатомов на близком расстоянии. Достигнуто хорошее согласие с аналитическими значениями.

Полученные экспериментальные и численные значения коэффициентов взаимодействия на резонансной частоте совпадают с результатами аналитического расчета при всех рассматриваемых расстояниях между элементами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе разработан принципиально новый метод для аналитического расчёта и экспериментального определения по отдельности величин магнитного и электрического взаимодействия метаатомов магнитных метаматериалов, что позволит прогнозировать дисперсионные характеристики медленных волн взаимодействия для создания метаматериалов с заранее заданными свойствами.

Все цели и задачи, поставленные в работе, выполнены полностью.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Веселаго В.Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ . УФН, т. 92, с. 517-522. 1968.
2. Solymar L. and Shamoina E. *Waves in Metamaterials*. Oxford Univ. Press., Oxford. 2009.
3. Sydoruk O. Tailoring the properties off metamaterial for linear and nonlinear applications. Osnabrueck. PhD Thesis. 2007.
4. Wiltshire M.C.K., Pendry J.B., Young I.R., Larkman J., Gildirdale D.J. and Hajnal J.V. (). Micristructed magnetic materials for radio frequency operation in magnetic resonance imaging (MRI). *Science*, 291, 849-851. 2001.
5. E. Shamoina and L. Solymar, “Superdirectivity by virtue of coupling between meta-atoms,” in Proc. 7th Int. Congress on Advanced Electromagnetic Metamaterials in Microwaves and Optics, Sept. 16-21, Bordeaux, France, 2013.
6. Alu A. and Engheta N. Achieving transparency with plasmonic and metamaterial coatings. *Phys. Rev. E*, 72, 016623–1–9. 2005.
7. Radkovskaya A., Shamoin M., Stevens C. J., Faulkner G., Edwards D. J., Shamoina E., and Solymar L. Resonant frequencies of a combination of split rings: experimental, analytical and numerical study. *Microwave and optical technology letters*. V. 46. No. 5. P. 473-476. 2005.
8. Sydoruk O., Tatartschuk E., Shamoina E., and Solymar L. Analytical formulation for the resonant frequency of split rings. *J. Appl. Phys.* No. 105, P. 014903-1-014903-4. 2009.
9. Soukoulis M., Wegener M. Past achievements and future challenges in the development of three-dimensional photonic metamaterials. *Nature photonics* V.5 p.523-530. 2011.
10. Sydoruk O., Radkovskaya A., Zhuromskyy O., Shamoina E., Shamoin M., Stevens C. J., Edwards D. J., Faulkner G., and Solymar L. Tailoring the near-field guiding properties of magnetic metamaterials with two resonant elements per unit cell. *Phys. Rev. B*, 73, 224406-1-12. 2006.

11. Beruete M., Freire M. J., Marques R., Falcone F., and Baena J.D. Electroinductive chains of complementary metamaterial elements. *Appl. Phys. Lett.*, 88, 083503–1–3. 2006.
12. Liu Z., Lee H., Xiong Y., Sun C., and Zhang X. Farfield optical hyperlens magnifying sub-diffraction-limited objects. *Science*, 315, 1686–1686. 2007.
13. Freire M., Marques R. On the applications of metamaterial lenses for magnetic resonance imaging. *Journal of Magnetic Resonance* 203, 81–90. 2010.
14. Радковская А.А., Прудников В.Н., Котельникова О.А., Пальванова Г.С., Прокопьева В.В., Андреев А.С., Захаров П.Н., Королева А.Ф., Сухоруков А.П.. Экспериментальное исследование фононоподобной дисперсии в биатомных магнитных метаматериалах в МГц диапазоне. *Известия РАН. Том 78, №2, стр.205-207.* 2014.
15. Radkovskaya A., Shamonin M., Stevens C.J., Edwards D.J., Shamonina E., Solymar L. An experimental study of the properties of magnetoinductive waves in the presence of retardation, *J. Magn. Mater.*, 300, 29. 2006.
16. Shamonina E., Kalinin V., Ringhofer, K., Solymar L. Magneto-inductive waveguide. *Electron. Lett.*, 38, p. 371–372. 2002.
17. Пальванова Г.С. Фононоподобная дисперсия в дискретных магнитных метаматериалах в МГц диапазоне. *Дипломная работа, физфак МГУ 2013.*
18. Sydoruk O., Radkovskaya A., Zhuromskyy O., Shamonina E., Solymar L. Magnetoinductive waves I: Chapter 14 in *Theory and Phenomena of Metamaterials. Handbook of Artificial Materials.* F. Capolino (Ed), CRC Press. 2009.
19. Tatartschuk E., Gneiding N., Hesmer F., Radkovskaya A., Shamonina E. Mapping inter-element coupling in metamaterials: Scaling down to infrared, *J. Appl. Phys.* No. 111. P. 094904-1-094904-9. 2012.
20. Лебедева Е.И. Особенности взаимодействия между метаатомами в дискретных магнитных метаматериалах в ГГц диапазоне. *Дипломная работа, физфак МГУ 2013.*
21. Radkovskaya A, Shamonina E. Band structure of Mono- and Diatomic

- Metamaterials with Inter-Element Coupling. 7th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics – Metamaterials Thesis. 2013.
22. Radkovskaya A., Tatartschuk E., Hesmer F., Stevens C., Edwards D., Shamonina E. Coupling between split rings: an experimental, numerical and analytical study, 2nd intern. Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics, Metamaterials'2008, Pamplona. 2008.
23. Sydoruk O., Radkovskaya A., Zhuromskyy O., Shamonina E., Solymar L. Magnetoinductive waves II: Chapter 36 in Theory and Phenomena of Metamaterials. Handbook of Artificial Materials. F. Capolino (Ed), CRC Press. 2009.
24. Soukoulis M., Wegene M. r. Past achievements and future challenges in the development of three-dimensional photonic metamaterials. Nature photonics V. 5 p.523-530. 2011.
25. Radkovskaya A., Shamonina E.. Band structure of Mono- and Diatomic Metamaterials with Inter-Element Coupling. 7th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics. 2013.
26. Радковская А.А., Прудников В.Н. П.Н., Бабушкин А.К., Королев А.Ф., Сухоруков А.П. Специальный физический практикум. 2009.
27. Delgado V., Sydoruk O., Tatartschuk E., Marqués R., Freire M., Jelinek L. Analytical circuit model for split ring resonators in the far infrared and optical frequency range. Metamaterials. V. 3, p. 57–62. 2009.

Основные результаты проведенных исследований доложены на международных конференциях и опубликованы в работах:

1. Petrov P, Radkovskaya A, Shamonina E. Retrieval of Electric and Magnetic Coupling Coefficients. 9th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics. 2015.
2. Petrov P, Radkovskaya A, Shamonina E. Retrieval of Coupling Coefficients for Dense Metamaterials. 10th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics. 2016.
3. Петров П.С. Особенности механизма взаимодействия элементов метаматериала в различных конфигурациях при малых расстояниях в ГГц диапазоне. Аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам, «Ломоносов-2014», Секция «ФИЗИКА», Москва, МГУ, 7-11 апреля 2014
4. Петров П.С. Теоретическое, численное и экспериментальное исследование взаимодействия между элементами метаматериала в МГц и ГГц диапазонах. Аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам, «Ломоносов-2015», Секция «ФИЗИКА», Москва, МГУ, 13-17 апреля 2015
5. Петров П.С. Зависимость коэффициента электрического взаимодействия от способа описания взаимодействия метаатомов в ГГц диапазоне. Аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам, «Ломоносов-2016», Секция «ФИЗИКА», Москва, МГУ, 11-15 апреля 2016
6. Петров П.С. Особенности механизма взаимодействия элементов метаматериала в различных конфигурациях при малых расстояниях в ГГц диапазоне. Аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам, «Ломоносов-2017», Секция «ФИЗИКА», Москва, МГУ, 10-14 апреля 2017

БЛАГОДАРНОСТИ

Прежде всего автор выражает огромную благодарность своему научному руководителю Анне Александровне Радковской за умелое руководство, а также, за важные советы и помощь в решении различных проблем, возникавших при выполнении данной работы.

Автор благодарен всем сотрудникам кафедры магнетизма особенно куратору группы доценту Ольге Анатольевне Котельниковой за доброжелательность и педагогический профессионализм. Отдельная благодарность сотрудникам кафедры фотоники и физики микроволн доц. А.Ф.Королеву, доц. П.Н.Захарову и А.Белову за возможность проведения экспериментальных исследований на установке, созданной на базе анализатора спектра фирмы *Rohde&Schwarz ZVB20*.

Отдельную благодарность автор выражает профессору Валерию Николаевичу Прудникову за рецензирование работы и ценные замечания.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Описание экспериментальной установки

Основная часть экспериментальной работы была выполнена на измерительной установке, построенной на базе векторного анализатора цепей Rohde&Schwarz ZVB20, позволяющей в автоматическом режиме проводить одномерное сканирование поверхности с микронным разрешением. Технические характеристики анализатора спектра приведены в Таблице 3, а его внешний вид показан на Рис.23.

Таблица 3. Технические характеристики анализатора спектра
Rohde&Schwarz ZVB20

Диапазон измерений	от 10 МГц до 20 ГГц
Количество измерительных портов	два или четыре
Время измерения одной точки при полосе ПЧ 500 кГц, режим CW	<4,5 мкс
Время измерения (201 точка)	<4,5 мс
Время передачи данных (201 точка)	
По шине IEC/IEEE	<2,9 мс
По локальной сети 100 Мбит/с по протоколу VX11	<1,3 мс
По локальной сети 100 Мбит/с по протоколу RSIB	<0,7 мс
Время переключения	
Между каналами	<1 мс
Между наборами настроек	<10 мс
Динамический диапазон в полосе измерения 10 Гц (зависит от типа прибора)	
Между измерительными портами (спец.)	>120 дБ
Между измерительными портами (тип.)	>130 дБ
Выходная мощность измерительного порта	>10 дБмВт, тип. 15 дБмВт
Диапазон развертки по мощности	>40 дБ, тип. 55 дБ
Полоса ПЧ	от 1 Гц до 500 кГц
Количество каналов, диаграмм, кривых	>100 для каждого
Количество точек на кривую	от 1 до 60001
Операционная система	Windows XP Embedded

В качестве антенн для возбуждения элементов и измерения сигнала, пропорционального току, наведенному в элементе, используется коаксиальный кабель, внутренний провод которого запаян на внешнюю оплетку кабеля. Антенны имеют форму кольца, радиусом 3 мм (Рис.24).



Рисунок 23 – Внешний вид векторного анализатора спектра Rohde & Schwarz ZVB20.

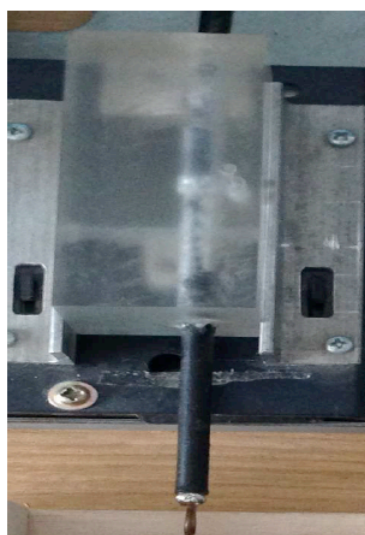


Рисунок 24 – Внешний вид приемной антенны: коаксиальный кабель, внутренний провод которого запаян на внешнюю оплетку, образует кольцо с радиусом 3 мм.

Расстояние между антеннами и внешними краями элементов составляет от 2 до 5мм (но не меняется в процессе эксперимента). Такое расстояние выбирается чтобы, с одной стороны избежать возникновения значительной дополнительной емкости между антеннами и элементами, и, следовательно, искажения сигнала; с другой стороны сигнал все еще достаточно сильный по отношению к шуму. Приемная антенна находится на подвижном блоке, который в автоматическом режиме с заданным шагом перемещается вдоль горизонтальной линии (что позволяет устанавливать приемную антенну в строго заданном месте). Приемный блок имеет два возможных положения приемной антенны. Внешний вид блока приемной антенны показан на Рис.24.

При измерении в МГц использовался диапазон частот 30-80 МГц с шагом 1601, что давало возможность определить резонансную частоту с точностью до 0.03%.

При измерении в ГГц использовался диапазон частот 1-3 ГГц с шагом 1601, что давало возможность определить резонансную частоту с точностью до 0.04%.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Описание модели для численного эксперимента в пакете CST Microwave Studio

При проведении численного эксперимента использовалось сеточное разбиение пространства с переменным шагом. Вблизи колец шаг сетки с помощью делался более мелким для повышения точности вычислений. Минимальный шаг составил 0.3 мм, максимальный, вдали от кольца, 4 мм. Кроме того, узлы сетки фиксировались в точках измерения магнитного поля для минимизации ошибки его определения, а также в углах элемента, для учета краевых эффектов. На Рис. 25 показано разбиение подобной сеткой плоскости YZ , проходящей через центр кольца.

Исследуемая область представляла собой куб, размеры которого определялись из условия, что расстояние от края элементов до границы области должно быть не меньше, чем 30 мм. При исследовании коэффициента перекрытия сигналов это расстояние увеличивалось до 70мм, чтобы включить область расположения второго элемента. Границы данной области были открытыми.

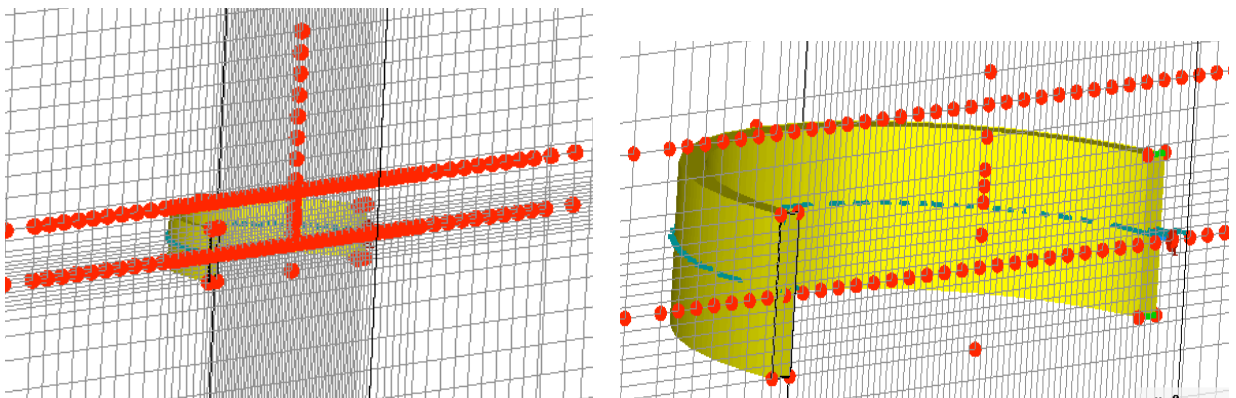


Рисунок 25 – Сеточное разбиение секущей плоскости YZ , проходящей через центр кольца. Красным показаны фиксированные точки.

В качестве метаатомов в ГГц диапазоне рассматривались расщепленные кольцевые резонаторы с параметрами колец, используемых в экспериментах. Параметры элементов представлены в таблице 4.

Таблица 4. Параметры модели метаатома в ГГц диапазоне

<i>Исходные параметры</i>	
внешний радиус кольца	$R = 11.5 \text{ мм}$
толщина кольца	$w = 1 \text{ мм}$
ширина щели	$g = 2 \text{ мм}$
высота кольца	$l = 5 \text{ мм}$
материал	<i>Pure Cu</i>
<i>Рассчитанные параметры</i>	
резонансная частота	$\omega_0 = 1.83 \text{ ГГц}$
добротность	$Q = 29$

Рассчитанные параметры полностью согласуются с экспериментальными данными.

Возбуждение элемента моделируется с помощью точечного источника переменного тока величиной 1А соединенного с границами щели.

Рассматриваемый интервал частот составлял от 0.5 до 3 ГГц.

Для определения токов в элементах и распределения магнитного поля в пространстве используется функция «Filed monitor».

Данные записываются в файл с расширением .dat

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Программа в пакете MathLab для аналитического расчёта частотных зависимостей коэффициентов взаимодействия в ГГц с помощью усовершенствованного полевого подхода.

```
clear all
close all

% ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РЕЗОНАНСНЫХ КОЛЕЦ
h=5;%высота
w=1;%ширина
R=11.5;%внешний радиус
g=2;%ширина щели
a=1;%расстояние между элементами

%РАССЧЕТ ПАРАМЕТРОВ
fig=asin(g/(R*2));%Угловой размер щели
L=R.*(log(8*R./(h+w))-0.5);%индуктивность
C=((w*h)/g)+h+g+w+(2*(h+w)*log(4*R/g)/pi);%ёмкость

%ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЗАИМНОЙ ОРИЕНТАЦИИ КОЛЕЦ
fi1g= 0;%Ориентация первого кольца
fi2g= 0;%Ориентация второго кольца

fi1=-pi+fig:0.01:pi-fig;
w1=0:0.1:w;
z1=-2.5:0.1:2.5;
K=0;

%ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

stepw=0.5; %шаг по шприне
steph=0.5; %шаг по высоте
stepfi=0.01; %шаг по углу
stepk=0.001; %шаг по величине волнового вектора

%ВЗАИМНАЯ ИНДУКЦИЯ
for k=0.5/(30): stepk :3/(30);
    n=n+1
    M=0;
    K=0;
    for w1=0:stepw:w;
    for w2=0:stepw:w;
    for z1=-h/2:steph:h/2;
    for z2=-h/2:steph:h/2;
    for fi2=-pi+fig:stepfi:pi-fig;
        if (w1==0 | w1==w | z1==-h/2 | z1==h/2) &
            (w2==0 | w2==w | z2==-h/2 | z2==h/2);

            I1=log(cos((-pi+fig)/2)/cos((fi1)/2))./((2*((h+w)/step))
            *log(cos((-pi+fig)/2)));
            I2=log(cos((-pi+fig)/2)/cos((fi2)/2))./((2*((h+w)/step))
            *log(cos((-pi+fig)/2)));

            mdif=sqrt((a+(R-w2)+(R-w1)+(R-w1).*cos(fi1+fi1g)+(R-w2).*
            cos(fi2+fi2g)).^2+((R-w1)*sin(fi1+fi1g)+(R-w1)*
            sin(fi2+fi2g)).^2+(z1-z2).^2);
```



```

M0=-((R-w1).*(R-w2)./(4.*pi))*(I1.*sin(fil+filg).*I2.*
sin(fi2+fi2g)+I1.*cos(fil+filg).*I2.*cos(ii2+fi2g)).*
exp(i.*k.*mdif)./mdif;

M1=sum(M0)*0.01;

M=M+M1*0.01;

                                end
                                end
                                end
                                end
                                end
                                end
                                end

KH(n)=M;

%ВЗАИМНАЯ ЕМКОСТЬ

for w1=0:step:w;
for w2=0:step:w;
for z1=-h/2:step:h/2;
for z2=-h/2:step:h/2;
if (w1==0 || w1==w || z1==-h/2 || z1==h/2) &
(w2==0 || w2==w || z2==-h/2 || z2==h/2);
K0 = @(fil, fi2) ((R-w1).*(R-w2)./(4.*pi)).*tan(fil/2)./
(2*(R-w1)*(log(sin((-pi+fig)/2))).*tan(fi2/2)./(2*(R-w2)*
(log(sin((-pi+fig)/2))).*exp(i.*k.*sqrt((a+(R-w2)+(R-w1)+(R-w1).*
cos(fil+filg)+(R-w2).*cos(fi2+fi2g)).^2+(R-w1)*sin(fil+filg)+
(R-w1)*sin(fi2+fi2g)).^2+(z1-z2).^2))./sqrt((a+(R-w2)+(R-w1)+
(R-w1).*cos(fil+filg)+(R-w2).*cos(fi2+fi2g)).^2+(R-w1)*
sin(fil+filg)+(R-w1)*sin(fi2+fi2g)).^2+(z1-z2).^2);

K1 = integral2(K0,-pi+fig,pi-fig,-pi+fig,pi-fig);

K=K+(K1./(2*((h+w)/step))^2);
                                end
                                end
                                end
                                end
                                end
                                end
                                end

Ke(n)=K;

end

КАРМ=2.*(KH)./L;% коэффициент магнитного взаимодействия
КАРЕ=2.*С.*Ke;% коэффициент электрического взаимодействия

```

Далее мы имеем возможность построить все необходимые нам графики.